

Е.Б. КУЗИНА

О понятии доказательства*

Елена Борисовна Кузина

МГУ им. М.В. Ломоносова.

Российская Федерация, 119991, г. Москва, Ломоносовский пр-т, д.27, корп.4.

E-mail: elenakuzina@yandex.ru

Аннотация: Термин «доказательство» используется для обозначения целого спектра интеллектуальных процедур, направленных на установление объективной истины или обоснование истинности некоторого предложения, приемлемости императива, справедливости оценки, а также на убеждение других людей в его адекватности. В математике доказательство играет центральную роль, но вместе с тем общего понятия математического доказательства нет. Существует несколько весьма различных точек зрения на сущность математического доказательства, его цели, критерии и идеалы, и со временем эти критерии и идеалы меняются.

Доказательство в других науках рассматривается как процесс исследования, проверки и подтверждения некоторых положений с целью поиска и обоснования истины — объективной или конвенционально принятой. Здесь доказательство заключается главным образом в поисках подтверждающих свидетельств, их оценке и установлении того, что лучше всего они объясняются доказываемой гипотезой. Построение демонстрирующего рассуждения, которое и считается доказательством в дедуктивных науках, во многих других областях совсем не обязательно.

В разных областях познания критерии состоятельности и приемлемости доказательства различны. В одних — это формально-дедуктивная строгость, в других — очевидность аргументов, интуитивная ясность рассуждения, в третьих — достоверность и достаточность подтверждающих свидетельств.

Основным общим критерием приемлемости доказательства представляется его убедительность — способность вызвать у адресата такое принятие доказанного утверждения, что он готов убеждать в нем других. Доказательство всегда погружено в социально-исторический контекст, поэтому общего для всех наук и всех времен понятия доказательства не только не существует, но и не может существовать.

Ключевые слова: истина, строгость, убедительность, подтверждающие свидетельства, историческая обусловленность

Для цитирования: Кузина Е.Б. О понятии доказательства // Логические исследования / Logical Investigations. 2018. Т. 24. № 2. С. 100–107. DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-100-107

* Статья представляет собой расширенную версию тезисов выступления на I Конгрессе РОИФН, опубликованных в электронном виде: Кузина Е.Б. О понятии доказательства // История и философия науки в эпоху перемен: сб. науч. ст.: в 6 т. Т. 1. [Электронный ресурс]. М.: РОИФН, 2018. С. 88–91.

Исследование посвящено обзору некоторых наиболее распространенных толкований термина “доказательство”.

(1) Самое широкое понятие доказательства дано в Философской энциклопедии, где доказательство определяется как «процесс установления объективной истины посредством практических и теоретических действий и средств» [Элез, 1962, с. 42].

(2) В практических областях, а также многих областях естествознания доказательством называют обоснование истинности гипотезы при помощи эмпирических данных, фактов, свидетельств. При этом термином «доказательство» обозначают и сами эти свидетельства. Такой смысл имеет термин «доказательство» в юриспруденции, истории, биологии и многих других науках.

(3) В традиционном логическом учении о доказательстве им называют процесс или метод полного обоснования истинности некоторого высказывания или системы высказываний посредством рассуждения с привлечением других высказываний, истинность которых установлена.

(4) Самое узкое понимание доказательства — в формальных теориях, где доказательством называют последовательность утверждений, каждое из которых является либо исходным постулатом данной теории, либо получается из них по принятым в ней правилам рассуждения.

(5) Наконец, доказательством называют вербальную процедуру, призванную убедить и убеждающую адресата в истинности некоторого положения настолько, что он принимает это положение и готов убеждать других с помощью той же процедуры.

Эти пять понятий, связываемых с термином «доказательство», представляют три принципиально различных подхода к доказательству: во-первых, как поиску и обоснованию истины; во-вторых, как принятой в профессиональном или ином сообществе интеллектуальной игре; в-третьих, как некоторому виду рационально-психологического воздействия на адресата.

В любом из приведенных понятий доказательства оно явным или неявным образом связывается с понятием истины. Различные понимания доказательства отражают различные концепции истины: классическую, когерентную и конвенциональную. Классическое понимание истины как интенционального согласия мысли с реальностью, существующей независимо от нашего сознания, отражается только в самом общем, философском определении доказательства.

При когерентном понимании истины как согласованности и непротиворечивости предложение называется истинным, если оно является элементом логически согласованной, когерентной, системы. Эта концепция исти-

ны находит свое выражение во всех тех определениях доказательства, где доказательство понимается как обоснование истинности высказывания посредством других высказываний, как установление логических связей между ним и другими высказываниями. Доказательство в этом смысле является, по существу, встраиванием обосновываемого утверждения в принятую систему знания.

Конвенциональная концепция истины считает истинным то знание, относительно которого достигнуто согласие, следовательно, доказательство нужно понимать как процесс склонения к согласию, к принятию адресатом предлагаемого утверждения, т. е. как процесс убеждения. Таким образом, последнее из приведенных толкований термина «доказательство» в определенной степени отражает конвенциональную трактовку истины.

По мнению подавляющего большинства людей, эталоном являются математические доказательства. Понятие доказательства не просто играет в математике центральную роль, оно, как представляется, выражает суть математики.

Но что такое математическое доказательство, тоже не вполне ясно, и на этот счет существует также разные точки зрения. Можно представить их, по крайней мере, четыре. В них по-разному видятся цели математического доказательства, в них также отражены различные понимания математической истины. Математическое доказательство трактуется как:

1. установление непреложной несомненной истинности математического утверждения;
2. разъяснение смысла математического утверждения и сведение его к очевидности;
3. доказательство — языковая игра по установленным правилам;
4. способ убеждения других, прежде всего математического сообщества, в истинности математического утверждения.

I. Сторонники той позиции, что доказательство обосновывает истинность в классическом смысле, предполагают существование некоей математической реальности, которая может быть познана. Соответствие утверждения этой реальности и обосновывается посредством доказательства. Математическое доказательство, согласно этой точке зрения, основывается на некоторых аподиктических очевидностях, неизменных и одинаковых

для всех времен, всех культур, всех языков. И поэтому оно, будучи достигнутым, никогда и никем не может быть поставлено под сомнение. «Попадающая часть принятых математиками доказательств, — пишет В.Я. Перминов, — обладает полной надежностью, которая не может быть поколеблена никакими изменениями в данной математической теории и в математике вообще». Надежность математического доказательства абсолютна, но его строгость всегда относительна. Ее критерии исторически изменчивы, каждая эпоха имеет свои критерии строгости, свои требования к логике доказательства [Перминов, 2013, с. 76].

II. Вторая точка зрения — что цель доказательства состоит в разъяснении смысла математического утверждения, в достижении более глубокого и полного понимания предмета — также предполагает некоторые очевидности как основание доказательства. Однако достижение ясности математических понятий и утверждений часто связано с принятием в качестве очевидных таких положений, которые известны из опыта, т. е. ассерторических. Для придания строгости интуитивным представлениям их пытаются свести к формальным выражениям, что делает доказательство не только более строгим, но и более сложным, а вместе с тем уже не таким интуитивно ясным [Гутнер, 2013, с. 143–144].

III. Трактовка математического доказательства как языковой игры восходит к программе Гильберта с ее идеей найти для любой отдельно взятой области математики набор аксиом и правил вывода, который был бы достаточно полным для всех возможных в данной области корректных математических рассуждений. Стремление к строгости математического доказательства, к освобождению его от опытных, ассерторических, очевидностей, реализующееся в формализации всех оснований доказательства, превращает его в языковую игру по заданным правилам, приближает к формальным доказательствам в логических исчислениях. Любая формализация исходных интуиций является конвенциональной, она должна приниматься научным сообществом как адекватная. Научное сообщество считает математическое утверждение доказанным, если оно основывается на принятых формализованных постулатах и построено по принятым правилам.

IV. Понимание математического доказательства как способа убедить себя и других членов профессионального сообщества в истинности предлагаемого утверждения преобладает среди философов математики. Суть математического доказательства, с этой точки зрения, состоит в такой его убедительности, что человек, воспринявший его, готов и может убеждать других. Доказательство — это форма апелляции к научному сообществу и поэтому напрямую зависит от принятых в этом сообществе норм рассуждений, оценок и мнений [Бажанов, 2013, с. 50]. Доказательство в математике

по существу ничем не отличается от доказательства в других науках — его задача убеждать, просто в математике порог убедительности доказательства выше, чем в других науках или практических областях. Как пишет В.А. Успенский, нематематические доказательства претендуют на убеждение в том, что доказываемое утверждение имеет место с очень высокой вероятностью, а предположение, что это не так, невероятно. Математические же доказательства претендуют на то, чтобы убедить, что доказываемое утверждение имеет место с необходимостью, а предположение, что это не так, невозможно [Успенский, 2009, с. 6].

Доказательство во всех других областях науки и практической деятельности состоит преимущественно в приведении доводов или «свидетельств» в пользу доказываемого утверждения, а не в построении рассуждения. Положительные результаты проверки, постепенно накапливаясь, снижают вероятность ошибочности гипотезы. Если суммарная «убедительность» собранных свидетельств в пользу обосновываемого положения вырастает настолько, что у компетентных ученых просто не остается причин сомневаться в его справедливости, его начинают рассматривать как доказанную истину [Марков, 2018]. Демонстрирующее рассуждение, которое в математике и логике и является собственно доказательством, в естествознании, так же как в истории или юриспруденции, не играет решающей или даже самостоятельной роли.

Решающую роль играет интуитивная ясность, наглядность доказательств, что непосредственно связано, на мой взгляд, с убедительностью. Сила убедительности каждого отдельного «свидетельства в пользу» определяется тем, насколько оно достоверно и конкретно. Внутреннее убеждение в истинности доказанного утверждения, о котором говорят в юриспруденции, состоит в осознании невозможности противоположного или какого-то иного мнения по обсуждаемому вопросу.

Мы привычно оперируем неоднозначным и весьма смутным термином «доказательство» так, как будто имеется строго определенное понятие доказательства, в котором ясно выражен идеал рационального обоснования. Но такого понятия, общего для любой эпохи и любой области знания, нет. Доказательством всегда считают то, что убеждает компетентного адресата.

Литература

- Бажанов, 2013 – *Бажанов В.А.* Математическое доказательство в социальном контексте // Доказательство. Труды московского семинара по философии математики. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2013. С. 41–59.
- Гутнер, 2013 – *Гутнер Г.Б.* Доказательство: путь к очевидности или языковая игра // Доказательство. Труды московского семинара по философии математики. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2013. С. 137–148.

-
- Марков, 2018 – Доказательства эволюции / Под ред. А.В. Маркова. URL: <http://www.evolbiol.ru/evidence.htm> (дата обращения: 14.01.2018).
- Перминов, 2013 – *Перминов В.Я.* Надежность и строгость математического доказательства // Доказательство. Труды московского семинара по философии математики. М.: УРСС, 2013. С. 60–85.
- Успенский, 2009 – *Успенский В.А.* Простейшие примеры математических доказательств. М.: МЦНМО, 2009. 56 с.
- Элез, 1962 – *Элез Й.* Доказательство // Философская энциклопедия. Т. 2. М., 1962. С. 42–44.

ELENA B. KUZINA

On the concept of proof

Elena B. Kuzina

Lomonosov Moscow State University,
27/4 Lomonosovskiy prospect, Moscow, 119991, Russian Federation.
E-mail: elenakuzina@yandex.ru

Abstract: The term “proof” is used to refer to the whole spectrum of intellectual procedures aimed at establishing the objective truth or at proving the truth of a certain sentence, the acceptability of the imperative, the fairness of evaluation, as well as convincing other people of its adequacy. In mathematics, a proof plays a central role, but at the same time, there is not a general concept of mathematical proof. There are some very different perspectives on the nature of mathematical proof, its objectives, criteria and ideals, and over time these criteria and ideals change.

Proof in other sciences is seen as a process of research, verification and confirmation of certain provisions for the search and justification of truth — objective or conventionally accepted. Here proof consists essentially in searching for supporting evidence, assessing it and establishing that it proves the hypothesis best. Demonstrating reasoning, which is considered proof in deductive sciences, does not need to be built in many other areas.

In different areas of knowledge, the criteria of viability and acceptability of evidence are different. In some it is formal-deductive rigor, in others it is evidence of arguments and the intuitive clarity of reasoning, in a third it is the reliability and adequacy of supporting evidence.

The main criterion for the admissibility of evidence is its credibility — the ability to cause the recipient to accept the proof of the statement so that he/she is willing to convince others. The proof is always immersed in the socio-historical context, therefore, common to all sciences and all times, the concept of proof not only does not exist but cannot exist.

Keywords: existential graph theory, diagrams, Peirce, icon, iconicity, logic and information

For citation: Kuzina E.B. “O ponyatii dokazatel’sstva” [On the concept of proof], *Logicheskie Issledovaniya / Logical Investigations*, 2018, Vol. 24, No. 2, pp. 100–107. DOI: 10.21146/2074-1472-2018-24-2-100-107 (In Russian)

Acknowledgements. The paper is an expanded version of the abstract, published in the I Congress of RSHPS Proceedings in electronic form: Kuzina E.B. “O ponyatii dokazatel’sstva” [On the concept of proof], in: *Istoriya i filosofiya nauki v epokhu peremen* [History and philosophy of science in the era of change]. 6 Vols. Vol. 1. Moscow: RSHPS Publ., 2018, pp. 88–91.

References

- Bazhanov, 2013 – Bazhanov, V.A. “Matematicheskoe dokazatel’stvo v social’nom kontekste” [A mathematical proof in a social context], in: *Dokazatel’stvo. Trudy moskovskogo seminara po filosofii matematiki* [Proof. Proceedings of the Moscow seminar on the philosophy of mathematics]. Moscow: Izdatel’stvo Moskovskogo universiteta, 2013, pp. 41–59. (In Russian)
- Eles, 1962 – Eles, Yi. “Dokazatel’stvo” [Proof], in: *Filosofskaja jenciklopedija* [Encyclopedia of philosophy], Vol. 2. Moscow, 1962, pp. 42–44. (In Russian)
- Gutner, 2013 – Gutner, G.B. “Dokazatel’stvo: put’ k ochevidnosti ili jazykovaja igra” [Proof: the path to the evidence or language game], in: *Dokazatel’stvo. Trudy moskovskogo seminara po filosofii matematiki* [Proof. Proceedings of the Moscow seminar on the philosophy of mathematics]. Moscow: Izdatel’stvo Moskovskogo universiteta, 2013, pp. 137–148. (In Russian)
- Markov, 2018 – *Dokazatel’stva jevoljucii* [The evidence of evolution], ed. by A. V. Markov. [<http://www.evolbiol.ru/evidence.htm> accessed on 14.01.2018] (In Russian)
- Perminov, 2013 – Perminov, V.Ja. “Nadezhnost’ i strogost’ matematicheskogo dokazatel’stva” [The reliability and rigour of mathematical proof], in: *Dokazatel’stvo. Trudy moskovskogo seminara po filosofii matematiki* [Proof. Proceedings of the Moscow seminar on the philosophy of mathematics]. Moscow: URSS, 2013, pp. 60–85. (In Russian)
- Uspenskij, 2009 – Uspenskij, V. A. *Prostejšie primery matematicheskikh dokazatel’stv* [The simplest examples of mathematical proofs]. Moscow: MTsNMO, 2009. 56 pp. (In Russian)