

О «НЕПОСТИЖИМОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ» МАТЕМАТИКИ, ИЛИ В ПОИСКАХ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА

(Рецензия на тематический сборник: **Математика и реальность. Труды Московского семинара по философии математики / Под ред. В.А. Бажанова, А.Н. Кричевца, В.А. Шапошникова. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2014. 512 с.)**

Макаров Андрей Борисович – кандидат философских наук, доцент. Самарский государственный университет. Российская Федерация, 443011, г. Самара, ул. Академика Павлова, д. 1; e-mail: makar.ab@mail.ru

Шестаков Александр Алексеевич – доктор философских наук, профессор. Самарский государственный архитектурно-строительный университет. Российская Федерация, 443001, г. Самара, Молодогвардейская ул., д. 194; e-mail: shestakovAlex@yandex.ru

Рецензия представляет новый выпуск трудов Московского семинара по философии математики. В центре внимания книги две взаимосвязанные проблемы: проблема «непостижимой эффективности» математики и проблема онтологического статуса математических объектов. Рассматриваются условия применимости математических теорий в естественных и социально-гуманитарных науках. Идеи и темы, предлагаемые авторами статей, направлены на поиск такого ракурса предмета анализа, который позволяет обнаружить его ранее неявные стороны. Такой подход открывает возможность иначе поставить вопросы, связанные с основаниями математики, и дает дополнительный импульс исследованиям в данной области.

Ключевые слова: математическая реальность, онтологический статус математических объектов, интерпретация математической теории, онтологизация научных теорий, физические и математические модели, эффективность математики

ON THE INCOMPREHENSIBLE EFFECTIVENESS OF MATHEMATICS. SEARCHING FOR THE MATHEMATICAL OBJECT

(Book review: **Mathematics and reality. Proceedings of the Moscow seminar on philosophy of mathematics / Eds. V.A. Bazhanov, A.N. Krichevets, V.A. Shaposhnikov. Moscow: Moscow University Publ., 2014. 512 p.)**

Andrey Makarov – PhD in Philosophy, associate professor. Samara State University. 1 Akademika Pavlova St., Samara, 443011, Russian Federation; e-mail: makar.ab@mail.ru

Alexander Shestakov – DSc in Philosophy, professor. Samara State University of Architecture and Civil Engineering.

Review represents a new edition of the Moscow seminar on philosophy of mathematics works. The book deals with two interrelated problems: the problem of “the incomprehensible effectiveness” of mathematics and the problem of the ontological status of mathematical objects. The conditions of applicability of mathematical theories in the natural, social and human sciences. Ideas and themes proposed by the authors of articles have goal to reveal perspective analysis of the subject, which allows detect its previously implicit sides. This approach makes possible to put different questions related to the foundations of mathematics and provide an additional impetus to research in this area.



194 Molodogvardeiskaya St., Samara, 443001, Russian Federation; e-mail: shestakovAlex@yandex.ru

Keywords: a mathematical reality, the ontological status of mathematical objects, the interpretation of a mathematical theory, the ontologization of scientific theories, physical and mathematical models, the effectiveness of mathematics

Новый выпуск трудов Московского семинара по философии математики посвящен двум аспектам одной темы, вынесенной в заглавие сборника: природе и онтологическому статусу математических объектов и условиям применимости математических теорий в естественных науках. Вопрос о связи математики и реальности вызывает не только узкоспециальный интерес, но имеет общефилософский смысл, поскольку именно здесь наиболее отчетливо проявляет себя одна из центральных проблем всей теории познания: проблема модуса бытия понятий и их присутствия в эмпирическом, феноменологически данном мире.



Книга, не являясь монографией, все же оставляет впечатление целостного и в некотором смысле (о котором позже) завершенного исследования. Тематическое единство содержания дополняется конгенностью установок авторов, их осознанной нацеленностью на анализ и решение заявленной проблемы. Исторические экскурсы в философию математики, обращение к известным точкам зрения всегда уместны, способствуя адекватной постановке проблемы и поиску путей ее решения. Авторы статей «слышат» друг друга при всем различии, даже противоположности, своих позиций. Нельзя не отметить последовательность структуры сборника, выявляющую его смысловое единство; названия разделов удачно определяют их место в структуре исследования.

В **Предисловии** А.Н. Кричевец подчеркивает актуальность темы и проблемное единство сборника. Краткая характеристика основных разделов позволяет ему подвести предварительные итоги. Он выделяет два лейтмотива исследования природы и онтологического статуса математического объекта. Первый очень условно можно отнести к «реализму», в котором «вся совокупность возможных форм математического мышления заранее предопределена» (с. 8). Но поскольку способ бытия идеальных объектов математики, физических теорий, экспериментальных данных и технологий не унифицируем, вводятся региональные онтологии. Общая для всех регионов сущего онтология в сборнике не представлена, условия их согласованности и взаимодействия не определены, и для буквального реализма не остается места. Второй мотив – антиреалистический. Математика с этой точки



зрения определяется не внутренними для нее, а внешними культурно-историческими формами существования; гипостазирование ее объектов незаконно. Но природа не подчиняется нашим конвенциям. Значит, эффективность математики остается непостижимой.

Дискутируется и сама постановка вопроса о «непостижимости» и эффективности математики. Одни авторы исходят из этого тезиса Ю. Вигнера, другие ставят его под сомнение: такая установка упускает из виду ядро физических представлений, а именно составляющие его идеальные объекты. По нашему мнению, уместно вспомнить, что до Галилея общепризнанной была именно неприменимость математики к земным явлениям. И только введение Галилеем идеальных моделей движения природных тел позволило ему сделать заявление о том, что книга природы написана языком математики. Некоторые же авторы указывают на неуниверсальность математического аппарата.

Раздел 0 «Вводный» представляет статья В.А. Шапошникова, в которой он эксплицирует формирование философии применения математики как особой области исследования. Отталкиваясь от идей Г. Фреге и Ю. Вигнера, автор переходит к краткому очерку ее современного состояния, важное место в котором занимает анализ «аргумента от неустраимости» Куайна – Патнэма. Для Фреге (в отличие от Вигнера) при всей разноприродности математических и физических объектов они в чем-то существенно едины и соединяются в пространстве мышления. Для решения проблемы автор, вслед за М. Штайнером, предлагает ее дифференцировать. Двухступенчатый подход исходит из того, что математика не имеет собственной эффективности; связующим звеном между формально-математической конструкцией и естественно-научной теорией выступает особая интерпретация базовых понятий математической теории. При одноступенчатом подходе в наше понимание математики с самого начала включается объяснение ее применимости. Дальнейшая дифференциация позволила бы говорить не только об использовании математики для описания, но и для открытия. Успешная стратегия состоит в опоре на математические структуры при формулировке законов природы, а не просто в приложении к ним математических понятий (с. 30).

Раздел 1 «Математическая онтология. Два полюса» представляет две противоположные концептуальные установки, определяющие область поиска (и, соответственно, формы) бытия математических объектов. В.Я. Перминов исходит из того, что «онтологические категории фиксируют в себе необходимые условия деятельности, навязываемые нашему сознанию непосредственно в актах деятельности» (с. 64). Категориальные основоположения априорны и онтологически реальны. Это в полной мере относится к первичной математике (арифметика и евклидова геометрия), интуиции которой ясны в своих



посылках и операциях. Вторичная математика (теории, которые выходят за пределы элементарной математики) формальна и онтологически фиктивна. Она связана с реальностью лишь опосредованно; в том смысле, что существует некоторая вероятность ее эмпирической интерпретации и ее внутренние доказательства основаны на интуициях, имеющих онтологическое оправдание.

Альтернативную позицию, основываясь на идеях Л. Витгенштейна, презентует З.А. Сокулер. Критикуя математический трансцендентализм, автор указывает на контекстуальную зависимость математических (как и иных) предложений, поскольку их значение определяется той языковой игрой, в которую данные предложения включены. Они не несут в себе «трансцендентального означающего» (Деррида) и вне определенной языковой системы не имеют смысла. Онтологизация математических объектов, тем самым, есть неоправданное гипостазирование. Как замечает в Предисловии Кричевец, это может касаться «вторичной» математики (в смысле Перминова), но «первичная» к этим аргументам более устойчива. И что возразить Г. Штейнгаузу на его замечание: математика – не шахматная игра, ее конвенции не произвольны; они не могут зависеть исключительно от сложившихся практик?

Вопрос в названии **Раздела 2 «Постижима или неостижима эффективность математики?»** поставлен не случайно. Здесь развивается прямая дискуссия об оправданности заявления Вигнера о «неостижимости». Одни выступают его сторонниками, другие – критиками, третьи, не оспаривая правомерность такой постановки вопроса, пытаются показать согласованность математических и физических форм.

Открывает дискуссию статья Вл. П. Визгина, в которой он дает широкую панораму истории этого вопроса, иллюстрируя ее яркими примерами загадочной «предустановленной гармонии» между чистой математикой и физикой. Автор подчеркивает сложность отождествления физической реальности и подходящей математической структуры. Важно то, что ситуация по-разному воспринимается ученым и философом. По мнению Э. Кассирера, «для физика эта гармония – неоспоримая предпосылка, из которой он спешит вывезти все особые следствия и применения, тогда как гносеолог делает ее “возможность” как раз основной проблемой» (с. 113).

А.Н. Кричевец в своей работе высказывает идеи, созвучные тем, которые содержатся в статье Сокулер. Он критикует представления о науке как поиске фундаментальных свойств мира, то есть выступает против онтологизации научных понятий и теорий. Аргументу неустранимости Куайна-Патнэма противопоставляется убеждение в том, что онтологический статус математических объектов полностью (с. 177) определяется «жизненным миром» (Э. Гуссерль). Прежде чем



связывать этот статус со статусом физических понятий, необходимо прояснить статус последних. Суть этой позиции, на наш взгляд, можно было бы выразить девизом: мы не имеем онтологических обязательств. А.А. Григорян считает, что указанная «непостижимость» сильно преувеличена. Тайна предустановленной гармонии сохраняется лишь до тех пор, пока мы не учитываем серьезную работу по подгонке и приживлению абстрактных математических структур к решению конкретно-научных проблем.

А.И. Липкин разрабатывает версию представления физической науки, согласно которой онтологически нагружены в первую очередь базовые понятия раздела физики, конструирующие «первичные идеальные объекты». Математика при этом является одним из средств, входящих в основание раздела физики. Постановка вопроса Вигнером связана с его позитивистской позицией, в которой в структуре физического знания модельный слой отсутствует. Л.И. Маневич в своей статье согласен с Липкиным в том, что эпистемологические основания удивления эффективностью математики составляет позитивизм, исключаящий из анализа философское умунастроение ученого. На примерах истории физики он демонстрирует, что эта эффективность далеко не так очевидна и однозначна. Онтологические предпочтения исследователя зачастую определяют для него характер связи математики и физики, физическая интуиция тесно переплетается с выбором и разработкой адекватного математического аппарата. В результате при решении сложных проблем прогресс либо достигался, либо – в случае игнорирования метафизических предпосылок – имеющиеся возможности не замечались, и прогресс откладывался на многие годы.

Главную задачу, замечает С.Н. Жаров, можно решить только опираясь на анализ реального математического творчества. Он приходит к выводу, что важнейшие математические объекты задаются путем предметного выделения того, что уже присутствовало в объективном универсуме возможностей. Формирование математических предметностей, имеющих собственную логику, зависит и от характера человеческой деятельности. Он поддерживает В.А. Бажанова, который говорит о тройственной детерминации системы математических объектов. Согласованность математических форм с формами физических теорий автор объясняет указанием на то, что истоки тех и других находятся на уровне умопостигаемого бытия.

В.Э. Терехович в своей работе стремится найти онтологические основания вариационных принципов и метода интеграла по траекториям, которые максимально дистанцированы от реальности. Задаваемые ими состояния систем существуют в особом модусе бытия – модусе возможности (с. 211). Он объективен и характеризуется вероятностью, которая также объективна.



В своем анализе А.В. Чусов исходит из того, что непосредственный предмет математики составляют абстрактные и идеализированные структуры деятельности субъекта. Субъектно-объектное единство практики могло бы помочь в ответе на вопрос об условиях эффективности приложений математики. Однако математика как практически реализуемая объективация познания есть «моделирование возможных онтологий» (с. 226). Но ведь не всякая возможность становится действительностью: как выбрать нужную математическую структуру? У Жарова и Тереховича «возможные онтологии» есть условия математической работы, у Чусова – ее результат, но обескураживающее затруднение перед ними одно: необходимо прояснить смысл термина «возможные онтологии» (или «онтология возможности»). Заметим, что, например, В. Гейзенбергу и его единомышленникам в вопросе о модусе бытия возможностей это не удалось.

В Разделе 3 «**Онтологические разыскания**» статья В.А. Бажанова возвращает нас к дилемме реализм (платонизм) – антиреализм. Автор уточняет характеристику современных видов платонизма и его оппозиций. Он предлагает следовать «третьей линии» в решении вопроса о модусе существования математических объектов. Речь идет о своего рода синтезе противостоящих концепций на основе идеи тройной детерминации математической реальности как системы логико-математических объектов. Подход состоит в том, что данная система формируется во взаимодействии трех типов факторов: внешних (количественные и пространственные отношения внешнего мира), внутренних (специфика телесной организации человека) и деятельностных (собственно активность человека в ее культурно-исторических формах) (с. 249). Развитие этого подхода предполагает необходимость дальнейшего прогресса нейробиологических и психологических исследований когнитивных процессов.

С.Н. Бычков указывает на то, что проблема применимости математики является органической частью соответствующей общеплатонической проблематики. Поэтому он обращается к истории философии и делает вывод, что в понимании категориальной интерпретации математических и физических теорий следует опираться на диалектику Гегеля, то есть учитывать позитивную роль противоречивости и изменчивости понятий в их внутритеоретической динамике.

Следуя стратегии В.А. Смирнова и В.С. Степина, Г.Б. Гутнер показывает, что достоверность постулатов естествознания и математики основана на создании развернутой и внутренне согласованной системы, включающей как теоретические, так и эмпирические схематизмы. «Именно целостность и развитость такой системы убеждает нас в достоверности теории» (с. 271). Поскольку научная теория погружена в многообразие ненаучных практик, этого оказывается недостаточно для нашей окончательной уверенности в теории. Поэтому аргумен-



тацию следует дополнить идеей Гуссерля об укорененности науки в жизненном мире. Это несколько сближает точку зрения автора с позицией Кричевца и Сокулер.

Е.В. Косилова утверждает, что математика не редуцируется до языка науки. С одной стороны, математика – это язык, семантику которого образуют физические объекты. С другой, математика как особая научная дисциплина – это наука, изучающая синтаксис этого языка. Математика, таким образом, есть метаязык для физической реальности. Но она сама есть реальность, для которой существует метаязык более высокого уровня (логика).

На двойственность математики указывает и И.Д. Невважай. Рассматривая математику как мыслительную (знаковую) деятельность, он предлагает «повернуть» проблему, тем самым снимая контраверзу платонизм – натурализм. Кроме того что математика соотносится с миром, описываемым физическими средствами, она означает свою собственную математическую реальность, которая и должна быть осмыслена (с. 294). Это позволяет определить ее как науку о человеческой деятельности, как гуманитарную науку. Автор осознает, что в такой перспективе речь может идти о применении математики к «физической реальности», а вопрос о ее связи с миром, ее практической эффективности на деле устраняется. Поэтому он пытается убрать жесткие границы между реальным миром, сознанием человека и математикой. Насколько это ему удастся, судить читателю.

А.Ю. Цофнас различает три типа онтологии: натуральную, динамическую и структурную. Математика – наука о структурах (отношениях), в этом смысле она безразлична к природе и динамике вещей. Это провоцирует, с одной стороны, удивление «непостижимой эффективностью» математики в описании природы, с другой – недоумение по поводу ее «непостижимой неэффективности» в гуманитарных науках. Последнее объясняется тем, что понятие числа применимо к характеристике вещей любой природы, но только в том случае, если вещи ясно и отчетливо локализованы качественно.

Далее идут интересные работы, которые образуют актуальный контекст темы. **Раздел 4 «От центра проблемы к важной и эвристичной периферии».** Здесь исследуются возможности применения математики за рамками замечательного синтеза физических и математических наук. А.Г. Барабашев ставит задачу создания математики нового типа для дисциплин, чья предметная область связана с субъект-объектным и субъект-субъектным взаимодействием, например, для сферы государственного управления. Математические модели управленческой деятельности оценивают не истинность, а допустимость действия; математика – не язык, а аргумент в выборе того или иного решения.



Вопрос о связи математики с реальностью, считает Е.А. Зайцев, можно прояснить путем исторического исследования эволюции представлений о месте категории количества в теоретической структуре этой реальности. Тенденция утверждения единства интенсивного и экстенсивного количества (квантификации качеств) прослеживается автором от Средних веков («количество добродетели», «увеличение милосердия») до Нового времени («механические качества» – сила, вес, скорость, теплота).

Возможность успешного использования математики в гуманитарной области А.А. Крушинский пытается обосновать с помощью аналогий, почерпнутых из китайской «математики». Условием такого стиля мышления, считает он, является принцип композициональности Фреге. Для этого необходимо выделить минимальный предмет, клеточку, социально-этической реальности. Перформативность такого подхода состоит в том, что он не описывает ее, а нормативно конструирует.

Роль социально-гуманитарных факторов в процессе моделирования высоких технологий в центре внимания соавторов следующей статьи (Г.Я. Красников, Е.С. Горнев, И.В. Матюшкин). Они указывают на возрастающее влияние разделения труда и уровня взаимопонимания акторов (Математик–Программист–Специалист–Концептуалист) на характер конечного продукта. При всей отработанности инструментария и алгоритмов математическое моделирование не сводится к промышленно-штамповочному ремеслу. Главная сложность состоит в осознании коллегами творческого вклада каждого и в необходимости совершить усилие по освоению знаний в смежных областях для понимания общего контекста задачи и условий ее решения.

Последнюю часть сборника образует **Раздел 5**, названный «**От онтологии к логике**». В статье С.Л. Катречко мы снова возвращаемся к вопросу о статусе математических абстракций. обстоятельный анализ приводит автора к следующему выводу: абстрактные предметы математики обладают инструментально-трансцендентальным статусом. Они не аналоги физических объектов, а созданные нашим сознанием «ключи», которыми мы можем «вскрывать» замки природы (с. 451).

Проблематизация понятия числа, предложенного Фреге, позволяет С.М. Кусковой заключить, что общее для всех чисел – это общее в разных правилах построения. Но правила применения правил, в отличие от правил операций с объектами, конвенциональны. Вслед за А.С. Есениным-Вольпиным она принимает ультраинтуиционистскую программу и утверждает неединственность натурального ряда чисел, поскольку в определение операции построения включены разнородные внелогические факторы.

На первый взгляд, работа С.С. Минкова выпадает из общей темы. Но по сути речь идет об оценке все той же применимости (истинности, правдоподобия) наших теорий в терминах их вероятности.



Сложность в том, что сама экспертиза должна принять некоторые априорные установки, определяющие выбор важных и неважных параметров и стартовое распределение вероятностей еще до начала проверки. Утверждения о той или иной вероятности знаний относятся не к природе событий, а к природе суждений.

В своей статье В.Х. Хаханян анализирует попытки обоснования математики средствами математической логики. Результат не слишком обнадеживает: дать формальное доказательство непротиворечивости не получится, даже если как-то «обойти» вторую теорему Геделя. Вопросы обоснования должны быть решены с философской точки зрения. Математики решают свои задачи, основываясь на вере в устойчивость здания своей науки, которое держится уже три тысячелетия.

Завершают книгу размышления Е.В. Щепина о содержании и методике преподавания курса математического анализа математикам-прикладникам. Главная беда современных подходов, вызывающая сложности с освоением материала студентами, состоит в их чрезмерной логизации и абстрактности определений. Начинать учить было бы более полезно анализу в духе Эйлера, с опорой на операциональную составляющую математических понятий. Напомним, А. Пуанкаре высказывал похожие идеи о том, что математика не является эмпирической наукой, но преподавать ее надо как эмпирическую дисциплину. Иначе будут забыты ее генетические истоки (землемерие и счет), будет окончательно порвана связь математики с природой.

В короткой рецензии на большую книгу мы поневоле обозначили лишь некоторые, наиболее значимые, на наш взгляд, тезисы и ходы мысли их авторов. Общий сюжет разворачивается по законам детективного жанра: завязывается интрига, выдвигаются и проверяются версии, обнаруживаются новые обстоятельства дела. Кажется, еще шаг – и тайна будет раскрыта. Однако мы оказываемся почти на том самом месте, с которого начинали. Ключевое слово здесь: «почти». Философский анализ все-таки не детективная история, его результаты оцениваются по совсем другим критериям. Путь пройден; на этом пути высвечены ранее скрытые участки, обозначены «болевые точки» и проблемные места, обнаружены неожиданные перспективы. Есть ответы, но нет решения задачи. Загадка: по каким образцам сделаны наши математические ключи и почему они подходят к замкам природы? – не разгадана. Такова природа *par excellence* философской проблемы. Одни из них разрешаются, но не в существующей системе мышления, а путем создания новых концептуальных пространств. Другие – помогают нам лучше понять мир и самих себя; но, по-новому осмысленные, как «точки подвеса» (М.К. Мамардашвили) продолжают генерировать некое поле напряжения, возбуждать и будоражить мысль. Примерно так размышлял и Ф. Вайсман в своей знаменитой статье «Как я понимаю философию»: смысл философских вопросов в том, что они порождают зачастую и научное потомство.