Российская Академия Наук
Институт философии

А.М.Анисов

ТЕМПОРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСУМ И ЕГО ПОЗНАНИЕ

Москва
2000

ББК 15.11
УДК 115
А-67

В авторской редакции

Рецензенты:

доктор филос. наук *Ю.В.Ивлев*
доктор филос. наук *И.А.Герасимова*

А-67 **Анисов А.М.** Темпоральный универсум и его познание. – М., 2000. – 208 с.

В монографии с использованием логических методов исследуются проблемы, возникающие в изменяющемся во времени универсуме. Время понимается динамически, а не статически, т.е. учитывается не только отношение «раньше, чем», но и такие темпоральные атрибуты, как прошлое, настоящее и будущее. Анализируются апории Зенона, типы существования, темпоральные и инвариантные характеристики знания. Строится нетрадиционная теория вычислимости и неклассическая логика неопределенности. Монография адресована философам, логикам и всем интересующимся научной философией.

ISBN 5-201-02034-8

Оглавление

Предисловие

Проблемы, которые обсуждаются в этой книге, восходят к вопросам, поставленным еще в античной философии. Является ли бытие изменчивым и делимым, или оно неподвижно и не содержит частей? И чем является знание — знанием о вещах текущих или же знанием о том, что не подвержено становлению? Как известно, давались различные и даже прямо противоположные ответы на эти и им подобные вопросы. Некоторые из ответов носили парадоксальный характер, поскольку находились в вопиющем противоречии с показаниями органов чувств. В первую очередь сказанное относится к философии Парменида и знаменитым апориям Зенона Элейского. Самое удивительное в том, что до сих пор предложенные элеатами решения вызывают споры и потому мы не может считать, что располагаем окончательными ответами. Нерешенной остается и проблема изменчивости знаний...

Сама суть этих вопросов понимается существенно различным и, что того хуже, нередко маловразумительным образом. Не прекращаются попытки решить возникшие проблемы при помощи рассуждений в естественном языке, без использования специальных искусственных языков науки. Однако естественный язык оставляет нас в плену здравого смысла или аморфно-образных представлений. В любом случае эти средства не только недостаточны, но и прямо вводят в заблуждения, поскольку ситуация требует тонкого анализа, невозможного без формального понятийного аппарата. Но даже и тогда, когда используются точные формальные методы (математические и логические), возникает ощущение их неадекватности по отношению к заданной проблемной ситуации. Мы получаем точные ответы, но, по всей видимости, совсем не на те вопросы.

Здесь мы попытаемся исправить сложившееся положение дел, предложив адекватные логические средства анализа очерченного круга проблем, без претензий на окончательность как самих методов исследования, так и тех вопросов и ответов, к которым мы придем в итоге. Подчеркнем, что итогом будут не только ответы, но и вопросы. Ведь спрашивающий неизбежно нечто утверждает, поэтому верно говорят, что правильно поставленный вопрос есть уже наполовину ответ.

Монография подготовлена при поддержке РГНФ, проект № 99-03-19702.

ВВЕДЕНИЕ

Разноплановые до пестроты человеческие познавательные возможности можно упорядочить по величине дистанции, отделяющей субъекта от представляющих интерес предметов исследования. Познание бывает *ближнее* и *дальнее* в зависимости от того, попадают в поле нашего внимания непосредственно окружающие нас вещи и ситуации, доступные органам чувств, или же мы сосредоточиваемся на изучении объектов невидимых, не ощущаемых (возможно, используя для этого результаты познания первого рода). Говоря коротко, ближнее познание исследует *чувственные* аспекты мира, а дальнее — *сверхчувственные.*

Рискну утверждать, что сверхчувственные объекты появляются только в *науке.* Никакая другая форма человеческого познания на такое не способна. Постигающее природу и человека искусство, размышляющее о боге религиозное сознание, познавательная деятельность в сфере повседневных забот — все эти разновидности познания не выходят за границы вызванных внешними факторами или придуманных нами самими чувственных восприятий и представлений. Очевидно, что художник не в состоянии выставить невидимые картины, музыкант — играть беззвучную музыку, а рабочий — исправить неосязаемый механизм. Сомнения, однако, могут возникнуть по поводу религиозного познания. Разве идея бога не сверхчувственна? Идея — да, возможно. Но нет ничего более противоположного религиозному мышлению, чем чисто рассудочное, умозрительное представление о божественном. На самом деле бог (или боги, демоны и т.д.) всегда должны напрямую проявить себя как чувственные феномены, дабы обнаружить свою реальность. Не всем религиозным людям дано видеть или слышать бога, но любой подлинно религиозный человек так или иначе *ощущает* в себе присутствие божественного начала[1].

Даже в науке далеко не все объекты являются сверхчувственными. Главное, что они там есть. Исторически первое появление сверхчувственного объекта в едва возникшей науке (мы имеем в виду открытие, говоря современным языком, иррациональности числа $\sqrt{2}$) привело к драматическим последствиям, справиться с которыми смогли лишь по прошествии двух с половиной тысячелетий, по сути уже в наше время. Но сейчас речь не об этом. В данный момент важно учесть следующее. Наука распадается на отдельные дисциплины, образующие иерархию по степеням близости к фундаментальным, базисным наукам. В любом перечне к фундаментальным дисциплинам относят физику, обычно (но не всегда) добавляя к ней химию, биологию и (реже) некоторые другие науки. Между тем едва ли всеми осознается тот факт, что глубина фундаментальных научных теорий в существенной мере обусловлена прогрессом науки особого рода — математики. Построение здания современной физики было бы невозможно, если бы отсутствовал развитый математический аппарат, позволяющий выразить всю сложность стоящих перед физикой проблем. Знание физики предполагает знание соответствующих разделов математики, но не наоборот. Математическую сторону дела можно изучать независимо от физических соображений. Таким образом, оказывается, что математика по степени фундаментальности превосходит физику. Но углубление в, казалось бы, строгие и однозначные математические основания физики, вместо обретения твердой почвы под ногами, приводит к ощущению зыбкости и неустойчивости.

В начале нынешнего века выяснилось, что математика не едина, что могут быть построены разные математики (например, в зависимости от понимания того, что такое доказательство). Какую из них выбрать, что взять за основание такого выбора? Каков бы он ни был, выбор определяется философской позицией интересующегося основаниями математика. Получается, что философия еще более фундаментальна, чем математика. Легко предвидеть несогласие со сделанным выводом. Рассуждая в аналогичной манере и принимая во внимание наличие различных до несовместимости философских концепций, правомерно поставить вопрос: а что определяет выбор философии — еще какие-то факторы? А как выбираются они? Не впадаем ли мы здесь в дурную бесконечность?

В действительности уже математике за бóльшую фундаментальность приходится платить дорогую цену утраты связи с экспериментальными методами науки. Математика нужна экспериментатору, но математик не нуждается в эксперименте, по крайней мере в принципе. Разговоры о превращении математики в экспериментальную науку в связи с применением компьютеров в доказательствах математических теорем так и остались разговорами: компьютеры привнесли много нового в математическую проблематику, но природа математического знания осталась прежней, далекой от эксперимента[2]. На этом основании математику в странах, говорящих на английском языке, не считают наукой. Известный физик Р.Фейнман писал по этому поводу: «Математика, с нашей точки зрения, не наука — в том смысле, что она не относится к естественным наукам. Ведь мерило ее справедливости отнюдь не опыт. Кстати, не все то, что не наука, уж обязательно плохо. Любовь, например, тоже не наука. Словом, когда какую-то вещь называют не наукой, это не значит, что с нею чтото неладно: просто не наука она, и все»[3].

Если математику отлучают от науки, то что тут можно сказать о философии... Философия не обладает присущим математике достоинством доказательности, не говоря уже об экспериментальной подтверждаемости. Такова плата за фундаментальность философии: ее научный статус еще более сомнителен, чем статус математики. Получается, что чем дальше мы уходим к первоосновам науки, тем менее определенной становится познавательная ситуация. Но бесконечное падение удается предотвратить: философия является последним основанием знания, поскольку выбор философии осуществляется по философским же соображениям. Круг замыкается и акты выбора на этом прекращаются. Наука возникает из философии, а философия, в свою очередь, тоже из философии. Эмпиристское объяснение философии (из бессознательного, социального, культурного, телесного и проч.) не противоречит сказанному, так как эмпиризм — это разновидность философии. Дело в том, что философия образует *линию горизонта* всякого возможного человеческого познания: *философия — это знание на пределе видимого разумом*[4]. Линию горизонта можно сдвинуть или расширить, заняв другое место или поднявшись повыше, но перейти ее нельзя. Аналогичным образом, философствовать можно по-разному, но попытка выйти за пределы философии в надежде найти какое-то более фундаментальное знание обречена на неудачу. В лучшем случае удастся расширить поле философского ви́дения, и прогресс в философии состоит именно в таком расширении границ доступного познанию.

Итак, философское знание находится на линии горизонта, т.е. на исторически определенном пределе познавательных возможностей человека, за которым прекращается всякий рациональный дискурс. Однако подобно тому, как двигающийся путник раздвигает горизонты, каждое новое слово в философии обеспечивает продвижение за прежние пределы. Предварительным условием сдвига исследовательского горизонта выступает осознание природы той границы, до которой доходил взгляд философов не только прошлого, но и настоящего. А раз настоящего — значит, обращенного к нам, ныне живущим. Тем самым мы выставляем требование определить, где проходит линия горизонта нашего собственного исследования, чтó ограничивает дальнейшее продвижение вперед. Хотя не всегда можно обеспечить выполнимость сформулированного требования, надлежит к этому стремиться. Порок очень многих философских построений (особенно прошлого) заключается в том, что предел собственных возможностей постижения принимался за окончательный на все времена.

Так в философию проникала идея *Абсолюта*, остававшаяся в ней какое-то время даже тогда, когда стало понятным, что выводы науки с неизбежностью корректируются или даже пересматриваются последующими поколениями ученых — в отличие от ученого, находящегося внутри сферы познания и имеющего пространство для движения, философ работает на ее границе, идти ему дальше некуда и потому, дескать, его приговор окончательный и обжалованию не подлежит. Вынужденные под напором фактов признать неабсолютность также и философских концепций, некоторые мыслители пришли к заключению о конце философии вообще. На наш взгляд, проблема решается просто: философия должна научиться скромности и не принимать наличный горизонт за окончательный. В этом отношении ее положение не лучше, чем у других наук. Никаких привилегий, дающих право на изречение абсолютных истин, философия не имеет. Но специфика философии как исследования на пределе рационально возможного на данный момент остается.

Где проходят границы данного исследования? В нашем случае линия горизонта задается следующими двумя постулатами:

1. *Существуют объекты.*
2. *Объекты имеют свойства и вступают между собой в отношения.*

В современной логике свойства трактуются как одноместные отношения, а отношения называются *предикатами*. Отсюда принимаемая *онтология* (т.е. философская теория существования) может быть обозначена как *объектно-предикатная* онтология. Можно ли выйти за ее границы? Ответ на этот вопрос находится за горизонтом и потому для нас недостижим. Поставим вопрос иначе: насколько эта онтология пригодна для целей познания? Во-первых, объектно-предикатная онтология *универсальна*, так как в ее рамки укладываются практически все человеческие знания и весь известный мир без остатка. Во-вторых, данный тип онтологии наиболее разработан в *теоретическом* плане, что отражено в литературе по символической логике (поэтому знакомство хотя бы с основами этой науки более чем желательно). В-третьих, ей пока просто нечего противопоставить в качестве приемлемой *альтернативы*, пригодной для философского анализа бытия и познания. Стало быть, наш выбор вынужденный.

Очень важно понять, что объектно-предикатная онтология не предрешает ответа на вопрос: *в каком смысле существуют объекты и предикаты*? Так объектами могут быть числа, геометрические фигуры, бесконечно удаленные точки и другие абстракции, домовые, лешие, единороги и прочие создания народной фантазии, предметы повседневного быта, философские категории, правовые и моральные нормы, телесные ощущения, состояния сознания, — короче, объекты могут быть всем, чем угодно. Поэтому, приняв объектно-предикатную онтологию, мы ни на шаг не приблизились к разрешению старого философского спора о существовании вещей вне нас. Далее, в каком смысле существуют предикаты объектов, такие как «деревянный», «электромагнитный», «храбрый», «белый», «больше, чем», «позади от» и т.д.? Вновь сама по себе объектно-предикатная онтология не дает решения вопроса, известного со времен средневековья как проблема универсалий. Стало быть, общий всем философским концепциям логический скелет объектно-предикатной онтологии еще должен быть облачен в плоть и кровь онтологической конкретики.

Какие же конкретные онтологические проблемы предполагается обсудить? Основной будет проблема *становления*, тесно связанная с более общей философской проблемой времени. Вопрос о становлении, как он здесь ставится, это вопрос о том, *течет ли время*? Является ли наш универсум статичным, завершенным образованием, или он находится в процессе становления во времени и потому является темпоральным универсумом? Существует только бытие или есть также темпоральное небытие, представленное уже несуществующими или еще не возникшими объектами? Течение времени или становление, как процесс временнóго перехода от небытия к бытию или от бытия к небытию, от несуществующего к существующему и обратно, предполагает наличие небытия. Но исследование небытия порождает логические трудности: можно ли описать то, чего по самой сути нет? Какое решение поставленных проблем (неважно, явное или неявное, осознанное или неосознанное) дает реальная наука?

Острота проблемы становления связана, в первую очередь, с коллизией, возникшей между кажущимся несомненным свидетельством в пользу наличия феномена течения времени со стороны здравого смысла и чувственного опыта, и столь же уверенным выводом об отсутствии течения времени, сделанном со ссылкой на авторитет физической науки. Мы присоединяемся к мнению К.Смита, следующим образом оценившего сложившуюся ситуацию: «Один из центральных спорных вопросов философии времени XX столетия — является ли временно́е становление независящей от мышления особенностью, присущей событиям, или кажимостью, присущей свойству человеческого понимания?»[5].

Возникает вопрос: какими методами будут решаться эти и им подобные проблемы? В самой общей форме можно ответить: методами науки там, где это возможно, полагаясь в остальных случаях на просвещенный здравый смысл. Приоритет будет отдан *логическим* методам, уже продемонстрировавшим свою плодотворность в философских исследованиях XX века. Характер обсуждаемых проблем таков, что естественный язык, со свойственной ему двусмысленностью и неопределенностью значений, зачастую не способен выразить тонкие оттенки смысла предлагаемых интерпретаций. Многие философские проблемы просто не могут быть адекватно поставлены на естественном языке, не говоря уже об их решении. Отсюда вытекает вывод о необходимости использования логико-математического аппарата в философии, что придает ей статус научной дисциплины[6].

При этом мы не утверждаем, что использование математики обязательно для науки. В ней имеется обширное поле нематематизированного знания. Такова, например, бо́льшая часть исторического знания, которое также нуждается в философском осмыслении, как и точное естествознание. Если философ ограничит себя лишь теми выводами, которые основываются на анализе данных научных исследований, и будет избегать спекулятивных рассуждений, то у него есть шанс остаться в лоне науки. Конечно, полученные *так* работающим философом выводы не могут претендовать на абсолютность. Неверие в возможности метафизики во многом обусловлено догматизмом традиционной философии, ее стремлением во что бы то ни стало достичь абсолютной, верной всегда и везде, истины. Поколебать это неверие можно лишь одним способом: основываться по преимуществу на тех знаниях, которые получены наукой к настоящему моменту.

Философия в таком случае становится рефлексией над наукой: научные теории рассматриваются как своего рода квазиэмпирический материал, подлежащий обобщению и анализу логическими средствами. Последние, в свою очередь, должны быть *адекватными* используемому материалу, что может потребовать их модификации или даже создания нового логического инструментария, что также является задачей философии. Через логику в философию входят сверхчувственные объекты, с которыми возможна работа со всей доступной на сегодняшний день научной строгостью. Этим современная научная философия отличается от традиционной и сохраняющейся поныне спекулятивной философии, способной вызвать к себе интерес, но не способной предложить конструктивные решения философских проблем.

Конечно, не все согласятся с предлагаемой методологией философского исследования. Основания для сомнений действительно есть. Принимая некоторый логический аппарат, не порождаем ли мы тем самым вопросы, по сути носящие не философский, а всего лишь *технический* характер? Не окажутся ли введенные таким образом объекты эпифеноменами, вызванными к жизни особенностями логической теории? На практике нередко так и бывает. Сначала строится логическая теория, и только затем подыскиваются ее приложения. Для логика-математика это естественный стиль работы (он вправе даже вообще игнорировать вопрос о приложениях). Однако, если речь идет о попытке решения конкретных философских проблем, такой подход ведет в тупик. Вместо настоящих решений мы рискуем получить артефакты, не имеющие отношения к делу. Выход состоит в обращении указанных этапов исследования: *сначала* следует, используя возможности естественного языка, проанализировать проблему с *содержательной* точки зрения, и лишь *затем* пробовать решать ее при помощи *формальных* логико-математических методов.

Ведь, как уже говорилось выше, философская проблематика возникает на дологическом уровне. Поэтому неизбежен вопрос о выборе той или иной логики, а этот выбор осуществляется по философским основаниям. Не в том смысле, что нужно исходить из заранее принятой догматической философской позиции, а в том смысле, что вначале необходимо содержательно исследовать возникшую проблему, по возможности избегая предвзятости. Например, сколько истинностных значений может иметь правильно построенное высказывание? Аппарат многозначных логик позволяет вводить какое угодно количество истинностных значений. Но какое это имеет отношение к реальным высказываниям о мире? Если интересоваться именно такими высказываниями, то спектр выбора существенно сузится. Здесь творческая активность субъекта будет ограничена независящей от него действительной ситуацией, которая может потребовать не только выбора конкретного логического аппарата, но и существенной модификации имеющихся логических средств.

Применение логических методов в философии делает философское знание фальсифицируемым и тем самым научным. Неудачи в логических построениях могут быть зафиксированы интерсубъективным образом, что придает критическим замечаниям принудительный характер. Опять-таки в наиболее важных случаях суть не в технических деталях. Технический провал, как минимум, бросает тень на лежащую в основе логических манипуляций содержательную идею. Скажем, до сих пор, несмотря на многочисленные попытки, не построена удовлетворительная теория индукции, которую можно было бы поставить в один ряд с теорией дедуктивных рассуждений. Интуитивные представления о значимости индуктивных умозаключений в научном познании так и не воплотились в адекватном с теоретической и практической точек зрения формальном аппарате. На наш взгляд, данный факт напрямую связан с крахом индуктивистской программы обоснования научного знания. Постоянные неудачи показывают, что успешная теория индукции не создана не потому, что остались непреодоленными технические трудности, а из-за ошибочности исходной философской позиции.

Напротив, построение корректной формальной теории, способной давать адекватные ответы на заданные вопросы, служит подтверждением правдоподобия первоначальных философских интуиций. Так упоминавшаяся выше многозначная логика исторически возникла как вариант решения старой философской проблемы детерминизма и индетерминизма. При этом понятие индетерминизма вводилось без всякой мистики и было определено с достаточной степенью строгости[7], что только способствовало конструктивной критике первоначальных построений и дальнейшему продвижению в понимании проблемы[8].

Сделаем еще одно замечание, имеющее принципиальное значение. То, что одной из важнейших задач философии является исследование научных теорий логическими средствами, утверждалось еще неопозитивистами. Но согласно неопозитивизму результатом такой философской деятельности будет анализ *языка* науки, ничего нового не способный сказать о мире по сравнению с тем, что было сказано самой позитивной наукой. Видимо, этот вывод объясняется тем обстоятельством, что неопозитивисты по преимуществу занимались анализом только одной позитивной дисциплины — физики, считая остальные описывающие мир науки либо сводимыми к физике, либо вообще недоразвитыми образованиями. Ну, а что можно добавить к описанию физической реальности, если изучать только физические теории и их язык? Очевидно, что ничего существенного. В противном случае пришлось бы принять какую-то версию полностью дискредитировавшей себя натурфилософии.

А если усомниться в тезисе, что лишь одна наука — физика — способна дать подлинное описание реальности? На чем, собственно, основывается этот тезис? Никакой развернутой аргументации в его пользу физикалисты привести не в состоянии, так что на деле он является ничем не подкрепленной догмой. Действительное развитие науки показывает не только то, что многие дисциплины не удается свести к физике (это было бы полбеды, поскольку оставалась бы надежда сделать это в будущем), но и то, что картины мира, рисуемые физикой, с одной стороны, и историческими науками, с другой, оказываются *существенно различными*. Чем объяснить различия картин мира? Недостаточными познавательными усилиями специалистов в исторических науках? Наивное объяснение. Перейди выдающийся физик в эволюционную биологию или гражданскую историю, он вряд ли сумеет немедленно достичь каких-либо сто́ящих результатов, хотя он и вооружен, как уверяют физикалисты, самым передовым знанием.

Может быть, проблема не в мнимой недоразвитости упомянутых дисциплин, а в том, что они изучают такой аспект реальности, который не укладывается в прокрустово ложе физических теорий? Что, если физика описывает лишь одну из сторон реальности, совершенно не замечая других, а исторические дисциплины столь же слепы в отношении физической реальности? Историк и физик «не видят» друг друга — слишком велика дистанция между ними. Но не находятся же они в разных мирах! Описывают-то они *одну* пространственно-временную реальность. Возникает задача выработки единого видения универсума.

Эти утверждения кому-то могут показаться догматическими. А если допустить, что надо говорить не об универсуме, а об универсумах, что, если мир не образует никакого единства и лишь целостность человеческого сознания заставляет искать аналог этой целостности во внешней реальности? Конечно, можно исследовать и такую возможность. Но мы исходим из тезиса, что наука открывает и описывает не человеческое сознание как таковое, а существующую вне и независимо от этого сознания объективную реальность. Направленность на изучение объективной реальности в высшей степени характерна для научного знания вообще, так что было бы странно, если бы философия, претендующая на статус научной, отказалась бы от этой естественной для науки установки. Речь идет именно о *реальности*, а не *реальностях*. Ведь если предположить, что какая-то наука столкнулась с несколькими реальностями, то это может означать только одно: не существует непротиворечивой совокупности высказываний, описывающих такие реальности. В этом случае либо пришлось бы отказаться от требования непротиворечивости научных теорий[9] (тогда науке пришел бы конец), либо осталось бы принять вывод о несостоятельности науки как средства познания. Оба исхода неприемлемы. В реальной науке обнаружение у реальности несовместимых черт воспринимается как свидетельство нехватки знаний, как вызов, ответом на который должно стать построение единой теории, восстанавливающей непротиворечивое описание этой реальности. Вспомним, например, усилия физиков по созданию объединительных теорий. Философия здесь не является исключением. Отказ от претензий на универсальность (т.е. от принципа «единый универсум — единая теория») в философии, как и в науке, равнозначен капитуляции перед трудностями познания. Другой вопрос, что процесс порождения все более общих теорий не может быть завершен созданием универсальной теории «всего». Мы имеем право рассчитывать лишь на частичное продвижение к цели.

Вернемся к проблеме построения единого ви́дения реальности. Для философии вызовом является несовместимость картин мира, предлагаемых различными научными дисциплинами. Необходимо, во-первых, эту несовместимость продемонстрировать и, во-вторых, попытаться ее преодолеть. Подобные синтетические задачи не только не могут быть решены, но и даже не могут быть поставлены ни в одной из позитивных наук, и таким образом, остаются в ведении философии. Теперь от философии можно ожидать онтологических результатов, но полученных не вне и помимо науки, как в натурфилософии, а исключительно в рамках науки. Только философия смотрит на мир не глазами отдельной научной дисциплины, а использует в качестве своеобразного квазиприбора сразу несколько позитивных наук.

Итак, если смотреть на мир через призму одной лишь физики, ничего помимо зафиксированного в физических теориях увидеть нельзя. И тогда правы неопозитивисты, наложившие запрет на существование философской онтологии. Справедливости ради следует отметить, что некоторые философы культуры, напротив, склонны принижать значение естествознания вообще и физики в частности. Но тогда философия впадает в противоположную крайность с тем же результатом, так как целостной картины мира на одном культурологическом материале построить невозможно. Очки культуролога оказываются столь же несовершенными, как и очки физикалиста, коль скоро речь идет об онтологии реального универсума. Напротив, философия, исходящая из тезиса, что наиболее глубокое знание реальности дает наука, и сама пользующаяся методами науки, способна, на наш взгляд, предъявить такие вполне научно обоснованные онтологические построения, создание которых не под силу отдельным научным дисциплинам, даже фундаментальным. Следовательно, философская онтология возможна как наука в рамках научной философии. Аргументом в пользу последнего утверждения является эта книга. Впрочем, не нам судить, насколько обоснованы с точки зрения науки сделанные в ней выводы. Добавим лишь, что содержание книги не исчерпывается обсуждением онтологических проблем. Принятие определенной онтологии влияет на выбор гносеологической позиции. Как будет показано, имеется два типа существования, позволяющие дать ответ на вопрос «Что значит знать?». И вновь оценку правдоподобия предлагаемой теории познания мы оставляем за читателями.

ЧАСТЬ I. ПАРМЕНИДОВСКАЯ НАУКА

Глава 1. Учение о неизменности бытия

§1. Время и бытие

Образ времени изначально служил выражением идеи изменчивости и текучести всего сущего. Находящиеся вне времени объекты если и допускались, то только в качестве имеющих божественные или полубожественные черты. Естественное существование, в отличие от сверхъестественного, обязательно протекает во времени; вещи рождаются, старятся и в конечном счете неизбежно погибают, уступая место новым поколениям вещей. *Восприятие* окружающего удостоверяет их реальное существование. Предмет может исчезнуть из области воспринимаемого, оказавшись закрытым или очутившись в пространственном отдалении от воспринимающего. Но есть и другой способ исчезновения предмета, не связанный ни с сокрытием, ни с расстоянием. Разбив вазу, человек видит перед собой груду черепков, вазой не являющихся. Куда при этом делась сама ваза, о которой мы помним? Наша *память* хранит картины вещей и событий, в реальности которых мы не сомневаемся, хотя не способны их воспринимать. Значит, *есть реальность воспринимаемого и реальность вспоминаемого*, причем реальность первого рода вызывает впечатления такой силы, что возникает уверенность в том, что это — настоящая реальность. Это *настоящее*, полнокровное бытие, в отличие от неверных, зыбких свидетельств памяти. Но настоящее не удержать. С фатальной неизбежностью оно оказывается в памяти, в которой оно не может больше называться настоящим. Там оно *прошлое* — то, что было настоящим, было когда-то вазой или чем-либо еще, а теперь, в новом настоящем, является всего лишь бледной тенью минувшего. Появление новых настоящих порождает представление о будущем. В отличие от прошлого б*удущее* еще более фрагментарно и туманно представляется человеку. Не ясно даже, с какой способностью души можно его связать. Если настоящее дано в восприятии, а прошлое в памяти, то как постигается будущее?

Как бы там ни было, сформировавшийся образ времени позволял осмысливать происходящее в мире и в самом человеке, не вызывая особых трудностей до тех пор, пока явившийся на смену образному постижению реальности понятийный анализ не поставил познающего субъекта перед пропастью, разделившей чувственное и умозрительное. Разделение времени на прошлое, настоящее и будущее основывается на представлении о том, что *есть* только настоящее, прошлого *уже нет*, будущего *еще нет*. Но когда мы рассуждаем о прошлом и будущем, то мы говорим о чем-то или ни о чем? Очевидно, что все-таки о чем-то. Получается, прошлое и будущее тоже есть. А раз все три атрибута времени есть, не являются ли они едиными в том смысле, что существуют на равных основаниях? Ведь противоположностью «есть» или «существует» является «нет» или «не существует». Но приписывать прошлому и будущему «есть» и «нет» противоречиво. Необходимо выбрать что-либо одно. Если выбрать «не существует», то проблема исчезает сама собой, ибо о не существующем ничего и высказать нельзя. В этом случае остается одно только настоящее. Если же прошлое и будущее *по-настоящему* существуют, то чем тогда они отличаются по сути от так же существующего *настоящего*? Ничем. Вновь получается, что существует лишь настоящее. Отсюда фразы типа «не было, а потом возникло», «существовало, а затем погибло» и т.п. с понятийной точки зрения не осмысленны.

Примерно так и рассуждает Парменид в поэме «О природе» о времени и бытии:

> Один только путь остается,
> «Есть» гласящий; на нем — примет очень много различных,
> Что нерожденным должно оно быть и негибнущим также,
> Целым, единородным, бездрожным и совершенным.
> И не «было» оно, и не «будет», раз ныне все сразу
> «Есть», одно, сплошное. Не сыщешь ему ты рожденья.
> Как, откуда взросло? Из не-сущего? Так не позволю
> Я ни сказать, ни помыслить: немыслимо, невыразимо
> Есть, что не есть. Да и что за нужда бы его побудила
> Позже скорее, чем раньше, начав ни с чего, появляться?
> Так что иль быть всегда, иль не быть никогда ему должно[10].

К аналогичным выводам, также принимая постулат «из ничего не может возникнуть ничего», приходит Мелисс: «Всегда было то, что было, и всегда будет. Ибо, если оно возникло, необходимо, чтобы до того, как возникнуть, оно было ничем. Если же не было ничего, никогда бы не возникло ничего из ничего»[11]. В результате образным динамическим представлениям о текущем времени с тремя непременными атрибутами прошлого, настоящего и будущего противопоставляется статическая концепция, с позиции которой становление во времени представляет собой иллюзию чувственного познания. Отличающимся от настоящего прошлому и будущему в этой концепции отказано в объективном существовании. Имеется одно настоящее, которое объемлет в себе все бытие. Но время, из которого изъяты процессы перехода от настоящего к прошлому и будущему, оказывается лишенным своих фундаментальных характеристик и превращается теорией в явление либо вовсе не существующее, либо, по крайней мере, малозначительное и несущественное. Б.Рассел с присущей ему ясностью зафиксировал отмеченное обстоятельство.

«Нереальность времени — одно из главных положений многих метафизических систем. Зачастую оно номинально основано, как учение Парменида, на логических аргументах, но в действительности извлечено, по крайней мере основателями этих систем, из достоверности, порожденной моментом мистического инсайдта».

«Вера в то, что подлинно реальное должно быть недвижимым, очень распространена...

Трудно разобраться, где истина и где ложь в этом воззрении. Аргументы в пользу того, что время нереально и мир чувств иллюзорен, следует, я думаю, считать ошибочными. Тем не менее есть какой-то смысл, — который легче почувствовать, чем выразить, — в том, что время является незначительной и поверхностной характеристикой реальности. Прошлое и будущее должны быть признаны столь же реальными, как настоящее, и какое-то освобождение от рабства времени существенно важно для философского мышления. Значимость от времени носит скорее практический, чем теоретический характер, относится в большей степени к нашим желаниям, чем к истине... И в мышлении, и в чувстве осознать незначительность времени, даже если бы оно было реальным, означает войти во врата мудрости»[12].

Взгляд Рассела можно считать современным выражением статической концепции времени. В отличие от классической метафизической позиции, впервые сформулированной Парменидом и основанной на тезисе об иллюзорности временнóго потока, сегодняшний статический подход, нехотя и с оговорками признающий реальность времени, не столь последователен. Будучи, как правило, эмпиристами позитивистского толка, философы-статики не могут начисто отрицать существование временных рядов, поскольку их наличие подтверждается многочисленными данными как обыденного опыта, так и науки. Но от самосознания современной науки ускользает тот факт, что применяемый в ней арсенал понятий по самой своей сути не способен уловить идею становления или течения времени. Поэтому выход видят (Б.Рассел, А.Грюнбаум и многие другие) в том, чтобы реальной признать лишь ту часть времени, которую можно представить в пространственной, геометрической форме, данной, подобно пространству, сразу и целиком. Часть эта действительно незначительная и поверхностная, так что Рассел здесь прав. А что касается непространственного, сугубо специфического проявления времени, выраженного в неустранимой изменчивости разделения типов существования объектов на прошлые, настоящие и будущие, то именно оно и объявляется иллюзорным.

Я не знаю, пришел ли Парменид к своим идеям в результате мистического постижения или инсайта, как утверждает Рассел, но уверен, что элеатами (в особенности Зеноном) были предложены действительно логические аргументы в пользу тезиса об иллюзорности времени и движения. Та опространственная часть времени, реальность которой готовы признать современные статики, для элеатов просто не была бы временем. В этом они правы. Время — это либо процесс, либо оно ничто. В качестве разновидности пространства оно ничто и, следовательно, не существует. Вряд ли элеаты (будь они наши современники) стали бы спорить с тем, что в геометрической картине движения есть точка, в которой траектория Ахилла пересекает траекторию черепахи. Но как, в результате какого *процесса* могло бы произойти упомянутое пересечение? Да, действительно, взяв время в его опространственном и завершенном виде, нетрудно показать, что движение есть. Но как готовый результат, а не как процесс. Элеаты же отстаивали *немыслимость* времени и движения именно как процесса. Рассел и другие приверженцы статической концепции времени также не верят в реальность процессов. Для них это химера мистического ума. Разница между ними и элеатами, таким образом, в том, что последние приводили логические аргументы, демонстрирующие немыслимость процессов, а первые голословно объявляют идею процесса мистической (благо всякого рода мистиков действительно хватает) или по крайней мере иллюзорной, поскольку идея эта входит в противоречие с их любимыми догмами. Например, с догмой о том, что если становление до сих пор не открыла физика, то его вообще нет. А.Грюнбаум высказался предельно четко по этому поводу: «...Ни в одной из существующих физических теорий не содержится никаких отличительных знаков (в смысле, связанном со становлением), которые говорили бы нам о том, что событие произошло именно «теперь». Если бы принадлежность к «теперь» была фундаментальным свойством самих физических событий, тогда было бы, конечно, довольно странно, что это свойство до сих пор оставалось вне поля зрения всех существующих в настоящее время физических теорий и это не *наносит никакого ущерба их успехам в объяснении явлений природы*»[13].

Что верно, то верно — физика действительно успешно объясняет изучаемые ею явления без использования представлений о течении времени или становлении. Но что означают слова «физические события»? События, исследуемые наукой физикой? Тогда они заведомо не охватывают область всего существующего. Например, событие появления жизни на Земле, событие вымирания динозавров, событие взятия Рима готами, событие распада СССР, событие высадки человека на Луну — все эти и им подобные события находятся вне сферы проблематики физической науки. Однако они столь же несомненно существуют, как и события радиоактивных распадов, вспышек света, столкновений тел и т.д. Что, если становление присуще только событиям первого рода, в то время как события второго класса его не испытывают? Поскольку философия занимается не отдельными видами существования, а стремится охватить их все, она не может ограничить себя лишь анализом физических событий. В чем же отличие первого и второго рядов событий? В интересующем нас аспекте в том, что события первого ряда происходят редко или вообще единичны, тогда как события второго ряда случаются сплошь и рядом и могут происходить в любое время.

Различие явственно обнаруживает себя в языке. По отношению к событиям первого рода уместен вопрос «Когда?», в смысле «В какое время?». Когда вымерли динозавры? — Около 60 миллионов лет назад. Когда готы взяли Рим? — В 410 году н.э. Но вопросы «Когда (в какое время) происходит вспышка света?», «Когда (в какое время) сталкиваются тела?» и т.п. кажутся неправильно поставленными, ибо на них нельзя дать вразумительный ответ. Конечно, если речь идет о конкретной вспышке или конкретном столкновении тел, ответы могут быть получены, однако в этом случае физические события переводятся в ряд редких или даже единичных и только однажды случившихся. В такой ситуации утверждения физика приобретают характер отчета о реально происходивших в данном месте и в данное время событиях, и на практике он без труда различает, какие из этих событий происходят «теперь», а какие уже в прошлом, так что можно составить протокол случившегося (например, протокол событий в лаборатории). При этом протокольные события представляют интерес для физики лишь тогда, когда несущественно, что они произошли в данном месте и в данное время. Важны как раз те события, которые могут происходить когда угодно и где угодно. Случившееся лишь однажды физикой зафиксировано не будет. Есть исключения из этого правила. Такие науки, как космология и астрономия, изучают, в числе прочих, и единичные события. Например, событие возникновения Вселенной. Если наша гипотеза верна, эти события также должны были пройти через процесс становления. Так что дело не в том, идет ли речь о физике или нет, а именно в типе событий.

Еще одним вопросом, позволяющим, правда, менее эффективно, разделить два обсуждаемых типа событий, будет вопрос «Сколько раз происходило событие s?», задаваемый без указания места и времени совершения события. Если в качестве ответа получаем «лишь однажды» или «n раз», то событие относится к первому типу. Если же точное число указать невозможно, то событие попадет во второй тип. Меньшая эффективность обусловлена семантическими причинами. Если на вопрос «Сколько раз рождается человек?» последует ответ «Лишь однажды, единственный раз», то это вовсе не означает, что событие «рождение человека» единично. Напротив, это хороший пример массива событий, точное число которых никто указать не в состоянии, как и точное количество вспышек света или столкновений тел. Следовательно, это события второго типа. Но если мы спросим, сколько родилось детей, в последующем ставших лауреатами Нобелевской премии, то можно надеяться на получение точного ответа. Значит, событие «рождение лауреата Нобелевской премии», хотя и не является единичным, должно быть отнесено к первому типу.

Суть в том, что по установившейся традиции лишь события второго типа считаются достойными научного изучения, тогда как события первого типа либо вовсе исключаются из сферы научных интересов, либо их исследование оказывается на периферии научного поиска. Чтобы лучше понять сказанное, попробуем соотнести эти типы событий с некоторыми важными в философском отношении парными характеристиками, как показано в следующей таблице.

Первый ряд — время	Второй ряд — бытие
Редко	Часто
Иногда	Всегда
Временность	Вечность
Явление	Сущность
Поверхность	Глубина
Поверхностность	Фундаментальность
Случайность	Необходимость
Случайность	Закономерность
Динамичность	Статичность
Изменчивость	Стабильность
Факт	Закон
Описание	Объяснение
Констатация	Предвидение
Чувственное	Умопостигаемое
Мнение	Истина
История	Физика

Заполнение таблицы можно было бы продолжить, но уже сейчас ясно, что в системе господствующих в современной науке взглядов предпочтение будет отдано второму ряду. Именно он выражает достигнутую степень познания бытия, наиболее существенные его стороны. Характеристики, представляющие первый ряд, безусловно, в целом проигрывают по значимости характеристикам второго ряда. К тому же ощущается своего рода нехватка терминов в первой колонке в отличие от избыточной второй (необходимость и закономерность не удается различить при помощи понятий первой колонки). Но именно события первого ряда наиболее тесно связаны со временем, зависят от его протекания. Они могут быть порождены временным потоком, но могут и не появиться в универсуме, в отличие от событий второго ряда, которые не могут не быть. Получается вроде бы, что время — действительно поверхностная характеристика универсума, не входящая в фундаментальные основания бытия. Но этот вывод зависит от наших субъективных, хотя и культурно-исторически обусловленных, оценок. При иной культурной ориентации исторический факт может представлять бóльшую значимость, чем физический закон. Тем более, что не все соотнесения в приводимой таблице следует безоговорочно принимать. Так описание фактов также может быть истинным, а вовсе не выражать чье-то мнение.

§2. Чувственное и умопостигаемое

Учение о неподвижном и неизменном бытии является блестящим достижением философской мысли. Однако оно сталкивается с очевидной трудностью. Весь чувственный опыт и не искушенный в философии здравый смысл свидетельствуют о том, что это учение не верно. Впрочем, и здесь не обходится без сложностей. Каким образом отчитаться о результатах чувственного опыта? Способ только один — использовать язык для генерирования соответствующих сообщений. Но языки могут быть существенно различными. Чаще всего в этой ситуации используется естественный язык, с присущей ему неопределенностью и многозначностью. А если это точный язык математики? Оказывается, что в последнем случае четко прослеживается зависимость результатов по временнóму восприятию от принимаемой математической модели времени. Если модель статическая, то и восприятие лишается в такой конструкции динамических черт, становясь восприятием неизменного бытия[14].

Остается, по крайней мере до создания математически строгих моделей становления, уповать на гибкость естественного языка. К его услугам вынуждена прибегать и наука, изучающая восприятие времени. При этом мы узнаем много нового о чувственных механизмах постижения темпоральных отношений. Оказывается, в частности, что ведущим сенсорным анализатором времени выступает слух — «необычайно точный инструмент для выявления различий между промежутками времени». «Иными словами, мы слышим *время*»[15]. Слуховое настоящее занимает около трех секунд. Это и есть воспринимаемый «текущий момент». За его пределами располагается область памяти — прошлое, и область планирования — будущее. Вместе они образуют *длительность*[16]. Как видим, используется ссылка на текущий момент или момент «теперь», который, если верить приверженцам Учения, оказывается фиктивным в отношении физических событий. Тем не менее при обсуждении проблем восприятия времени на естественном языке учет момента «теперь» является не только желательным, но и необходимым. Кстати говоря, нашлась и психическая функция, связанная с будущим временем — функция планирования. Блаженный Августин (соглашаясь с тем, что для восприятия прошлого «есть у нас память или воспоминание») утверждал нечто похожее, когда говорил, что для восприятия будущего «есть у нас чаяние, упование, надежда»[17].

Проблема, стало быть, в том, чтобы объяснить, почему наше восприятие времени с неизбежным его течением вводит нас в систематическое заблуждение. Каким образом в статическом универсуме, в котором время не течет, упорно возникает иллюзия состояния «теперь» и представление о фундаментальном различии между прошлым, настоящим и будущим? Продолжим цитировать одного из самых выдающихся сторонников Учения — Б.Рассела.

«...Почему наши чувства по отношению к прошлому так отличаются от чувств по отношению к будущему. Основание для этого совершенно практическое: наши желания могут воздействовать на будущее, но не на прошлое; будущее в какой-то степени нам подвластно, в то время как прошлое не поддается изменению. Но всякое будущее станет когда-нибудь прошлым; если мы правильно видим прошлое сейчас, оно должно было, когда еще было будущим, быть точно таким, каким мы его увидим, когда оно станет прошлым. Качественное различие между прошлым и будущим, следовательно, есть не внутреннее различие, но лишь различие по отношению к нам: для беспристрастного созерцания оно не существует. А беспристрастность созерцания в интеллектуальной сфере является той самой добродетелью незаинтересованности, которая в сфере действия проявляется как справедливость и бескорыстие. Тот, кто желает увидеть мир в истинном свете и подняться в мысли над тиранией практических желаний, должен научиться преодолевать различное отношение к прошлому и будущему и обозревать течение времени единым, всеохватывающим взглядом»[18].

Перед нами удивительный пример талантливого псевдообъяснения. Из него, между прочим, вытекает как то, что будущее, в отличие от прошлого, поддается изменению, так и то, что не поддается, ибо оно, в сущности, ничем не отличается от прошлого. Противоречие легко устранить, проявив чуть больше последовательности. Коль скоро внутренней разницы между прошлым и будущим нет (а это главная идея процитированного утверждения), всякая надежда изменить будущее иллюзорна. То, что кажется нам будущим, в точности в таком же виде когда-нибудь окажется в нашем кажущемся прошлом, так что будущее, как и прошлое, уже есть. Отсюда всякие усилия изменить будущее тщетны. Время существует все сразу, целиком, что и делает возможным обозрение его единым взглядом беспристрастного наблюдателя. Такой ход рассуждений прямо ведет к фатализму, но не наивному мифологическому фатализму древних, а к фатализму логическому: если сейчас истинно, что Цезарь был убит в 44 г. до н.э., то это всегда было, есть и будет истиной. Так что зря старались предупредить его об опасности. Что будет, то и было, а что было, то будет — ведь будущее неотличимо от прошлого.

При этом как бы за кадром остается основной вопрос: а почему тирания практических желаний ведет к иллюзорным представлениям о времени? Практические желания на то и практические, чтобы пытаться реализовывать их на самом деле. Чтобы надеяться на успех, необходимо учитывать закономерности того мира, в котором мы живем. Не обязательно такой учет происходит сознательно. Люди, и философы в том числе, — продукт длительной эволюции, и многое мы делаем (дышим, ходим, спим, смотрим, слушаем и т.д.) совершенно не задумываясь, как у нас это получается. Вот и ощущение течения времени возникло вовсе не из-за несбыточных желаний, а само собой. Оно нам, так сказать, *навязано* природой. Или культурой? — Ответом будет твердое «нет». Это культура способна отринуть данное нам по природе, поэтому тот, кто сомневается в реальности течения времени, заведомо является человеком культурным. А вот тот, кто не сомневается, может и не быть таковым. Любопытно было бы узнать мнение на сей счет обладающих психикой животных. К сожалению, они не умеют отвечать на такие вопросы.

А.Грюнбаум, обосновывая тезис о зависимости становления от сознания[19], справедливо указывает, что несомненность наличия течения времени для нашего сознания не означает автоматически, что физические события объективно испытывают становление. Действительно, мы воспринимаем цвета или, скажем, чувствуем боль, но отсюда не вытекает, что цвета и боль присущи физическим объектам самим по себе. Совершенно прав он и в том отношении, что ни одна из физических теорий не обнаруживает наличия прохождения событий во времени через момент «теперь». Но отсюда уже делается вывод о том, что нет такой объективной характеристики времени, как его течение. Более того, согласно А.Грюнбауму, принятие утверждения об объективном существовании становления «приводит к серьезным трудностям», и «защитники этого тезиса не в состоянии даже намекнуть на то, как они надеются разрешить эти трудности без того, чтобы сформулировать этот тезис в нетривиальном виде»[20]. Тем не менее в этой работе мы попытаемся разрешить задачу, поставленную цитируемым автором.

Глава 2. Апории Зенона с современной точки зрения

§1. Методология анализа парадоксов

Учение Парменида бросало вызов здравому смыслу и задевало интересы представителей других философских школ. В те ушедшие времена сказанное в первую очередь относилось к Гераклиту и его последователям. Поэтому с самого начала философия Парменида оказалась под огнем критики. Блестящая защита этой философии была осуществлена другим представителем элейской школы — Зеноном. Зенон, систематически применяя метод доказательства от противного, выступил в поддержку тезисов Парменида о немыслимости движения и множества. Аргументы Зенона получили название апорий (т.е. затруднений) и до сих пор привлекают внимание ученых и философов. Апории представляют из себя парадоксы, т.е. рассуждения, которые исходят из, на первый взгляд, несомненных посылок, но в итоге ведут к противоречиям.

Наиболее обстоятельное исследование апорий Зенона в литературе на русском языке проведено в книге В.Я.Комаровой[21], однако нельзя согласиться с принятой в этой книге методологией работы с парадоксами. Автор ограничивается анализом возникающих противоречий средствами естественного языка. Между тем вот уже сто лет прошло с тех пор, как было осознанно, что парадоксы — слишком тонкая материя, чтобы обойтись при их изучении словами и фразами естественного языка, с его общепризнанной неопределенностью и двусмысленностью. Мы не можем надеяться с помощью столь грубого инструмента уточнить, в чем именно заключаются противоречия и каковы пути их устранения (если таковые имеются), подобно тому, как мы не можем исправить сломавшийся компьютер, используя молоток и зубило. Обсуждение парадоксальных ситуаций требует введения искусственных языков, обладающих по сравнению с естественным достоинством ясности и строгости. Именно стремление поставить математику на твердую почву послужило причиной возникновения математической логики, которой удалось в начале века не только избавить математику от известных парадоксов, но и прояснить положения, лежащие в ее основах. Математическая логика помогла и в анализе семантических парадоксов, которые уже не принадлежали собственно математике. Аналогичным образом точные логические методы способны сослужить службу и в исследовании апорий Зенона[22]. Не все с этим согласны. Более того, иногда нежелание или неумение использовать точные методы прикрывают рассуждениями о ненужности или даже вредности этих методов вообще.

Нередко поступают более осторожно, провозглашая своей задачей лишь «реконструкцию» парадоксов в их исторической конкретности, обещая при этом оставить в стороне вопрос об их разрешении[23]. В конце концов, ведь Зенон Элейский не пользовался математической логикой! Но при таком подходе приходится отказывать зеноновским апориям в логической значимости. В самом деле, если брать в расчет только исторические источники, то как быть с тем фактом, что зачастую авторитетные авторы относили эти апории к паралогизмам и софизмам (достаточно вспомнить в этой связи Аристотеля)? Зачем в таком случае реконструировать рассуждения Зенона, коль скоро они логически ошибочны? Чтобы указать на их ошибочность? Однако нахождение ошибки в рассуждениях делает парадокс мнимым и, тем самым, разрешает его. Или апории все-таки затрагивают нечто существенное в проблемах движения и множественности? Но тогда откуда это известно? Очевидно, что увидеть значимость апорий в таком контексте можно лишь при условии обоснования поставленных вопросов с точки зрения достижений современной науки и философии.

Сказанное относится и к книге В.Я.Комаровой. Автору, признающему существенное значение апорий Зенона, не удается избежать упоминания современных логико-математических концепций и явной или не явной полемики с изложенными в них позициями. К сожалению, полемика протекает на естественно языковом уровне, что неминуемо снижает возможности адекватного понимания сказанного. В рассматриваемой книге четко прослеживается двойственность теоретических рассуждений и историко-философских констатаций. Первые туманны и неоднозначны, вторые — предельно точны. Первые касаются *идей*, вторые — *текстов*. С одной стороны, выраженные в тексте идеи можно трактовать и так, и этак. По прочтении работы остается неясным, в каком смысле автор употребляет ключевые термины, как понимать те или иные утверждения, есть ли дедуктивная связь между принимаемыми посылками и выведенными из них заключениями и т.д. В результате аргументацию убедительной не назовешь. С другой стороны, приводятся фрагменты текстов разных исторических лиц, не оставляющие сомнений в том, что было написано именно это. Ведь после того, как акт письма состоялся и стал достоянием всех, текст обрел стабильное существование: можно комментировать текст, дополнять и исправлять его задним числом, создавая тем самым *новые* тексты, но *изменить написанное однажды*, отменив факт создания именно данного текста, никому не под силу. Возникает задача подобрать, перевести и сопоставить нужные для обсуждения поставленных проблем тексты, что успешно проделано автором. В итоге в чисто исторической части работы достигается требуемая точность и строгость.

Остается только сожалеть, что текстуальная точность в рассматриваемых примерах не сопровождается аналогичной строгостью в сфере идей. Особенно уместно требование строгости применительно к анализу парадоксов, поскольку даже небольшие неясности в рассуждениях делают сомнительными утверждения о том, что получены противоречия или, напротив, что противоречия удалось устранить. Впрочем, в одной работе трудно совместить теоретическую строгость и историческую конкретность. Поэтому мы ограничимся анализом *идейной* стороны апорий, не пытаясь входить в хорошо разработанную область истории их создания и осмысления. Нашей целью будет не реконструкция зеноновских аргументов, а стремление понять с точки зрения современной науки, на какие реальные трудности в анализе движения и множественности указал Зенон Элейский. Именно указал, поскольку о попытке приписать непосредственно Зенону современную постановку проблем движения не может быть и речи. Кстати говоря, эта постановка в логико-философской литературе не отличается единством. Например, в упомянутой в вышеприведенной сноске работе Е.К.Войшвилло ответственность за парадоксы движения возлагается на неточность и размытость используемых понятий. Уточним понятия — парадоксы исчезнут. Мы с этим не согласны. Апории Зенона касаются самих основ человеческого миропонимания. Они требуют не просто уточнения понятий, а выбора философской платформы объяснения реальности. Поскольку дело построения таких платформ не может быть завершено, пока существует мыслящий разум, на выборе одной из них лежит печать неизбежной исторической ограниченности. Сказанное, разумеется, в полной мере относится и к построниям в данной книге. Но сегодня, несомненно, мы понимаем и знаем больше, чем два с половиной тысячелетия назад, а завтра, возможно, удастся продвинуться вперед еще дальше.

§2. Аргументы против движения

Начнем рассмотрение зеноновских затруднений с апорий о движении. *Ахилл и черепаха*. Ахилл — герой и, как бы мы сейчас сказали, выдающийся спортсмен. Черепаха, как известно, одно из самых медлительных животных. Тем не менее Зенон утверждал, что Ахилл проиграет черепахе состязание в беге. Примем следующие условия. Пусть Ахилла отделяет от финиша расстояние 1, а черепаху — расстояние 1/2. Двигаться Ахилл и черепаха начинают одновременно. Пусть для определенности Ахилл бежит в 2 раза быстрее черепахи. Тогда, пробежав расстояние 1/2, Ахилл обнаружит, что черепаха успела за то же время преодолеть отрезок 1/4 и по-прежнему находится впереди героя. Далее картина повторяется: пробежав четвертую часть пути, Ахилл увидит черепаху на одной восьмой части пути впереди себя и т.д. Следовательно, всякий раз, когда Ахилл преодолевает отделяющее его от черепахи расстояние, последняя успевает уползти от него и по-прежнему остается впереди. Таким образом, Ахилл никогда не догонит черепаху. Начав движение, Ахилл никогда не сможет его завершить.

Знающие математический анализ обычно указывают, что ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} 1/2^n$$

сходится к 1. Поэтому, дескать, Ахилл преодолеет весь путь за конечный промежуток времени и, безусловно, обгонит черепаху. Но вот что пишут по данному поводу Д.Гильберт и П.Бернайс: «Обычно этот парадокс пытаются обойти рассуждением о том, что сумма бесконечного числа этих временных интервалов все-таки сходится и, таким образом, дает конечный промежуток времени. Однако это рассуждение абсолютно не затрагивает один существенно парадоксальный момент, а именно парадокс, заключающийся в том, что некая бесконечная последовательность следующих друг за другом событий, последовательность, завершаемость которой мы не можем себе даже представить (не только фактически, но хотя бы в принципе), на самом деле все-таки должна завершиться»[24].

Принципиальная незавершаемость данной последовательности заключается в том, что в ней *отсутствует последний элемент*. Всякий раз, указав очередной член последовательности, мы можем указать и следующий за ним. Интересное замечание, также указывающее на парадоксальность ситуации, встречаем у Г.Вейля: «Представим себе вычислительную машину, которая выполняла бы первую операцию за 1/2 минуты, вторую — за 1/4 минуты, третью — за 1/8 минуты и т.д Такая машина могла бы к концу первой минуты «пересчитать» весь натуральный ряд (написать, например, счетное число единиц). Ясно, что работа над конструкцией такой машины обречена на неудачу. Так почему же тогда тело, вышедшее из точки А, достигает конца отрезка В, «отсчитав» счетное множество точек A_1, A_2,..., A_n,...?»[25] .

Древние греки тем более не могли себе представить завершенную бесконечную совокупность. Поэтому вывод Зенона о том, что движение из-за необходимости «пересчитать» бесконечное число точек не может закончиться, еще тогда произвел большое впечатление. На схожих аргументах основывается апория о невозможности начать движение.

Дихотомия. Рассуждение очень простое. Для того, чтобы пройти весь путь, движущееся тело сначала должно пройти половину пути, но чтобы преодолеть эту половину, надо пройти половину половины и т.д., до бесконечности. Иными словами, при тех же условиях, что и в предыдущем случае, мы будем иметь дело с перевернутым рядом точек...$(1/2)^n$,..., $(1/2)^3$, $(1/2)^2$, $(1/2)^1$. Если в случае апории Ахилл и черепаха соответствующий ряд не имел последней точки, то в Дихотомии этот ряд не имеет *первой* точки. Следовательно, заключает Зенон, движение не может начаться. А поскольку движение не только не может закончиться, но и не может начаться, движения нет. Существует легенда, о которой вспоминает А.С.Пушкин в стихотворении «Движенье».

Движенья нет, сказал мудрец брадатый.
Другой смолчал и стал пред ним ходить.
Сильнее бы не мог он возразить;
Хвалили все ответ замысловатый.
Но, господа, забавный случай сей
Другой пример на память мне приводит:
Ведь каждый день пред нами солнце ходит,
Однако ж прав упрямый Галилей.

Действительно, согласно легенде один из философов так и «возразил» Зенону. Зенон велел бить его палками: ведь он не собирался отрицать чувственное восприятие движения. Он говорил о его *немыслимости*, о том, что строгое размышление о движении приводит к неразрешимым противоречиям. Поэтому, если мы хотим избавиться от апорий в надежде, что это вообще возможно (а Зенон как раз считал, что невозможно), то мы должны прибегать к теоретическим аргументам, а не ссылаться на чувственную очевидность. Рассмотрим одно любопытное теоретическое возражение, которое было выдвинуто против апории Ахилл и черепаха.

«Представим себе, что по дороге в одном направлении движутся быстроногий Ахилл и две черепахи, из которых Черепаха-1 несколько ближе к Ахиллу, чем Черепаха-2. Чтобы показать, что Ахилл не сможет перегнать Черепаху-1, рассуждаем следующим образом. За то время, как Ахилл пробежит разделяющее их вначале расстояние, Черепаха-1 успеет уползти несколько вперед; пока Ахилл будет пробегать этот новый отрезок, она опять-таки продвинется дальше, и такое положение будет бесконечно повторяться. Ахилл будет все ближе и ближе приближаться к Черепахе-1, но никогда не сможет ее перегнать. Такой вывод, конечно же, противоречит нашему опыту, но логического противоречия у нас пока нет.

Пусть, однако, Ахилл примется догонять более дальнюю Черепаху-2, не обращая никакого внимания на ближнюю. Тот же способ рассуждения позволяет утверждать, что Ахилл сумеет вплотную приблизиться к Черепахе-2, но это означает, что он перегонит Черепаху-1. Теперь мы приходим уже к логическому противоречию»[26] .

Здесь трудно что-либо возразить, если оставаться в плену образных представлений. Необходимо выявить формальную суть дела, что позволит перевести дискуссию в русло строгих рассуждений. Как нам кажется, первая апория сводится к следующим трем утверждениям:

1. Каков бы ни был отрезок [A,B], движущееся от A к B тело должно побывать во всех точках отрезка [A,B];

2. Любой отрезок [A,B] можно представить в виде бесконечной последовательности убывающих по длине отрезков [A, a_1], [a_1, a_2], [a_2, a_3],..., [a_n, a_{n+1}],....

3. Поскольку бесконечная последовательность a_i ($1 \leq i < \omega$) не имеет последней точки, невозможно завершить движение, побывав в каждой из точек этой последовательности.

Проиллюстрировать полученный вывод можно по-разному. Наиболее известная иллюстрация — «самое быстрое никогда не сможет догнать самое медленное» — была рассмотрена выше. Но можно предложить более радикальную картину, в которой обливающийся потом Ахилл (вышедший из пункта А) безуспешно пытается настичь черепаху, преспокойно греющуюся на Солнце (в пункте В) и даже не думающую убегать. Суть апории от этого не меняется. Иллюстрацией тогда станет куда более острое высказывание — «самое быстрое никогда не сможет догнать неподвижное». Если первая иллюстрация парадоксальна, то вторая — тем паче.

При этом нигде не утверждается, что убывающие последовательности отрезков a_i для [A,B] и a_i' для [A′,B′] должны быть одинаковы. Напротив, если отрезки [A,B] и [A′,B′] неравны по длине между собой, их разбиения на бесконечные последовательности убывающих отрезков окажутся различными. В приведенном рассуждении Ахилла отделяют от черепах 1 и 2 разные расстояния. Поэтому мы имеем два различных отрезка $[A,B_1]$ и $[A,B_2]$ с общей начальной точкой А. Неравные отрезки $[A,B_1]$ и $[A,B_2]$ порождают различные бесконечные последовательности точек и недопустимо использовать одну из них вместо другой. Между тем именно эта незаконная операция применяется в аргументе о двух черепахах[27].

Если не смешивать иллюстрации и существо апорий, то можно утверждать, на наш взгляд, что апории «Ахилл» и «Дихотомия» симметричны по отношению друг к другу. В самом деле, «Дихотомия» также сводится к следующим трем утверждениям:

1. Каков бы ни был отрезок [A,B], движущееся от А к В тело должно побывать во всех точках отрезка [A,B];

2. Любой отрезок [A,B] можно представить в виде бесконечной последовательности убывающих по длине отрезков... $[b_{n+1}, b_n]$,..., $[b_3, b_2]$, $[b_2, b_1]$,..., $[b_1, B]$.

3. Поскольку бесконечная последовательность b_i не имеет первой точки, невозможно начать движение, и, стало быть, невозможно побывать в каждой из точек этой последовательности.

Таким образом, апория «Ахилл» основывается на тезисе о невозможности завершить движение из-за необходимости посетить последовательно каждую из точек бесконечного ряда, упорядоченного по типу ω (т.е. по типу порядка на натуральных числах), который не имеет последнего элемента. В свою очередь, «Дихотомия» утверждает невозможность начала движения из-за наличия бесконечного ряда точек, упорядоченных по типу ω^* (так упорядочены целые отрицательные числа), который не имеет первого элемента[28].

Проанализировав более тщательно две приведенные апории, мы обнаружим, что обе они опираются на допущение о *непрерывности* пространства и времени в смысле их *бесконечной делимос-*

ти. Как будет показано в главе 4, такое понимание непрерывности отличается от современного, но имело место в древности. Без допущения тезиса о том, что любой пространственный или временной интервал можно разделить на меньшие по длине интервалы, обе апории рушатся. Зенон прекрасно это понимал. Поэтому он приводит аргумент, исходящий из принятия допущения о *дискретности* пространства и времени, т.е. допущения о существовании элементарных, далее неделимых, длин и времен.

Стадий. Итак, допустим существование неделимых отрезков пространства и интервалов времени. Рассмотрим следующую схему, на которой каждая клетка таблицы представляет неделимый блок пространства. Имеется три ряда объектов A, B и C, занимающих по три блока пространства, причем первый ряд остается неподвижным, а ряды B и C начинают *одновременное* движение в направлении, указанном стрелками.

	A1	A2	A3	
B3	B2	B1		⇒
⇐		C1	C2	C3

(0) Начальное положение

	A1	A2	A3	
	B3	B2	B1	
	C1	C2	C3	

(1) Конечное положение

Ряд C, утверждает Зенон, за неделимый момент времени прошел одно неделимое место неподвижного ряда A (место A1). Однако за то же самое время ряд C прошел два места ряда B (блоки B2 и B3). Согласно Зенону, это противоречиво, т.к. должен был встретиться момент прохождения блока B2, изображенный на следующей схеме.

	B3	B2	B1		⇒
⇐		C1	C2	C3	

(0/1) Промежуточное положение

Но где в это промежуточное положение находился ряд A? Для него просто не остается соответствующего места. Остается либо признать, что движенья нет, либо согласиться с тем, что ряд A делим не на три, а на большее количество мест. Но в последнем случае мы вновь возвращаемся к допущению о бесконечной делимости пространства и времени, снова попадая в тупик апорий Дихотомия и Ахилл. При любом исходе движение оказывается невозможным. Известный английский физик-космолог и философ Дж.Уитроу следующим образом прокомментировал сложившуюся ситуацию.

Апория Стадий, «несмотря на все ее остроумие, решается довольно просто, т.к., если пространство и время состоят из дискретных единиц, в этом случае относительные движения должны быть таковы, что (переходы типа $0 \Rightarrow 1$ — А.А.)... могут случаться в последующие моменты. Отрицание Зеноном этой возможности основывается не на логическом законе, а просто на ошибочной апелляции к «здравому смыслу»..., т.к. в действительности он молчаливо предполагает постулат непрерывности, который несовместим с гипотезой, принятой в начале рассуждения. Как это ни странно, но если мы примем такие гипотезы, то движение будет представлять собой прерывную последовательность различных конфигураций, как в кинофильме, и ни в какой момент времени не будут существовать промежуточные конфигурации. Переход электрона с одной орбиты на другую рассматривается в элементарной теории атома Бора именно как переход такого типа»[29].

Мы считаем, что сказанное Уитроу верно. Промежуточное положение (0/1) с логической точки зрения вовсе не обязано наличествовать в какой-то момент времени, поскольку предположение о его отсутствии непротиворечиво. Другой вопрос, что наши привычные представления о движении, опирающиеся на интуицию непрерывности, оказываются неадекватными в дискретном случае. В этом отличие дискретной ситуации от ситуации с бесконечной делимостью пространственных и временных интервалов. Утверждение, что ряд $1/2^1$, $1/2^2$, $1/2^3$,..., $1/2^n$... завершится, логически противоречиво, если n не ограничено. Аналогичным образом, необычная вычислительная машина Германа Вейля никогда не сможет завершить вычисления в какой-то момент времени из-за неограниченного числа шагов процесса пересчета множества натуральных чисел. Можно, используя понятие предела, просуммировать упомянутый ряд и получить единицу или, вводя трансфинитные числа, допустить выполнение в ходе вычислений количества шагов, равного первому бесконечному числу ω. Такие построения уже будут непротиворечивыми. Но они обладают существенным, на наш взгляд, изъяном.

Осмысливая принципы, лежащие в основе теории множеств (которая может, как известно, рассматриваться в качестве фундамента современной математики), Дж.Р.Шенфилд указывает на «следующий фундаментальный вопрос: если дана совокупность S шагов, то существует ли шаг, следующий за каждым шагом из S?»[30]. Рассматривая случаи, когда S состоит из единственного шага или из бесконечной последовательности шагов S_0, S_1,... , он отвечает на поставленный вопрос утвердительно: «В первых двух случаях мы отчетливо можем представить себе ситуацию, когда все шаги из S уже осуществлены»[31]. Применим эти рассуждения к апории «Ахилл». Ряд $1/2^1$, $1/2^2$, $1/2^3$,..., $1/2^n$,... не может быть завершен, т.к. у него отсутствует последний элемент. Но представим себе, что Ахилл уже побывал в *каждой* из точек этого ряда. Тогда на следующем шаге он окажется в точке, которая следует за всеми точками бесконечного ряда и является концом пути. Движение, таким образом, завершено. Проблема, однако, в том и заключается, каким образом получилось так, что Ахилл побывал во всех точках не имеющего конца ряда $1/2^1$, $1/2^2$, $1/2^3$,..., $1/2^n$,.... Если это уже «дано», то и говорить не о чем — апория разрешается фактически путем постулирования наличия решения.

Логически все это непротиворечиво (вопреки мнению самого Зенона). Но здесь процесс движения, содержащий, по условию задачи, *бесконечное* число шагов, сводится, по сути, к *трем* шагам: на шаге 1 вводится ряд точек $1/2^1$, $1/2^2$, $1/2^3$,..., $1/2^n$,..., на шаге 2 ***постулируется***, что Ахилл побывал в каждой из этих точек, а на шаге 3 делается вывод о завершении движения в конечной точке, ***не принадлежащей*** рассматриваемому ряду. В результате как бы «пересчитан» ряд, упорядоченный по типу $\omega+1$. *По видимости, речь идет о бесконечном по числу шагов процессе, тогда как на деле процесс при таком подходе завершается за три шага*. Сказанное приобретет бóльшую наглядность, если обратиться к симметричной ситуации с апорией «Дихотомия». Здесь вначале движущееся тело поместим в точке старта. Затем добавим к имеющейся точке старта совокупность точек, упорядоченных по типу ω^*, получив тем самым линейный порядок типа $1+\omega^*$, и, на последнем шаге, ***постулируем***, что тело побывало в *каждой* из точек ряда ω^*. Значит, движение успешно началось, хотя между точкой старта и любой из последующих точек лежит бесконечное множество промежуточных точек. Снова перед нами процесс *из трех шагов*, и снова вопрос о принципиальной возможности пересчета бесконечного порядкового типа $1+\omega^*$ обходится путем ***постулирования преодоления бесконечности за один шаг***.

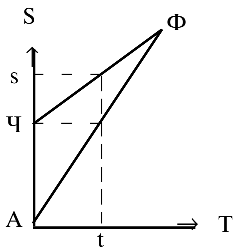
Легко представить себе совокупности, упорядоченные по типам $\omega+1$ и $1+\omega^*$, в качестве данностей. Но вообразить *процесс пошагового получения этих совокупностей элемент за элементом,* ***в***

***соответствии с порядком на них**, логически невозможно*. Неизбежно на каком-то шаге либо а) будет нарушен порядок прохождения элементов (наряду с движениями от предыдущих точек к последующим придется вводить скачки от последующих точек к предыдущим), либо б) потребуется постулировать переход не от элемента к элементу, а от *совокупности* элементов к элементу или наоборот. Первая альтернатива ускользнула от внимания исследователей и потому требует особого разбора, который будет проведен в дальнейшем.

Что касается второй альтернативы, то именно она реализуется в рассмотренных псевдорешениях парадоксов движения. Между тем в апориях Зенона *движение понимается как переход от точки к точке, но ни в коем случае не как переход от совокупности точек к точке или обратно*. Проблема в том, можно ли, двигаясь от одной точки пути к другой, завершить движение, и в том, можно ли, попав в какую-то точку, найти другую точку, куда нужно попасть на следующем шаге, что необходимо для начала процесса движения. Если же вместо переходов от точки к точке в процессе движения нам рекомендуют переходить от множеств точек к отдельным точкам или от отдельных точек к множествам точек, то поставленная проблема подменяется другими. Кроме того, если в процессе движения мы должны посетить бесконечное количество точек, то и сам этот процесс неизбежно окажется содержащим *бесконечное* число шагов. Как было показано, переходы от совокупностей точек к точкам и обратно могут совершаться за *конечную* последовательности шагов. Просто на одном из этих шагов обязательно будет использована бесконечная совокупность точек, введенная как актуальная данность, но не как полученная в процессе поэлементного конструирования структура. В этом и заключается изъян предлагаемого разрешения апорий.

Получается в итоге, что трудности, связанные с апориями «Ахилл» и «Дихотомия», остались непреодоленными. Другое дело апория «Стадий», которая оставляет надежду на положительное разрешение проблемы движения в дискретном случае. Однако у Зенона есть апория против движения, которая вообще не связана ни с трудностями оперирования с бесконечностью, ни с вопросом о непрерывности или дискретности пространства и времени. Это апория *Летящая стрела*. Формулируется она очень просто. В каждый момент полета стрела занимает определенное место и покоится в нем. В противном случае придется допустить, что за мгновение стрела способна изменить свое местоположение, что нелепо. Следовательно, движение стрелы есть сумма состояний покоя, т.е. стрела не движется.

Суть затруднения в том, что, согласно Зенону, движение тела означает изменение его местоположения. За мгновение времени никаких изменений в местоположении тел произойти не может. Но поскольку время слагается из мгновений, в каждое из которых все тела покоятся, движения нет. Отметим, что это рассуждение нельзя опровергнуть ссылкой на то, что движущееся тело обладает отличной от нуля мгновенной скоростью, как это иногда думают[32]. Действительно, рассмотрим следующий рисунок. Видно, что более высокая скорость бега Ахилла по сравнению с черепахой отражена меньшим углом наклона графика его бега к оси S. Угол наклона графика связан, как известно, с мгновенной скоростью, значение которой определяется тангенсом угла касательной к графику функции. Однако все это не отменяет того факта, что в любой момент времени t Ахилл и черепаха находятся в строго определенных *точках* пути. В этих точках они вполне неподвижны. Вся картина их взаимного расположения во времени и пространстве дана сразу, целиком. И ничто в этой картине не движется, вся она складывается из состояний покоя в каждой точке графиков.



Рассмотренное представление движения имеет статический характер. Оно полностью подобно изображению движения при помощи кинематографии. Как известно, изображение движения на киноленте складывается из отдельных кадров, на которых все неподвижно. Но если прокрутить эту ленту со скоростью 24 кадров в секунду, возникает *иллюзия* движения. Теперь представим себе, что количество кадров ленты несчетно и что все они упорядочены так же, как и действительные числа, в результате чего каждому моменту времени соответствует один кадр. В итоге мы получим как раз ту картину движения, которая сводит его к сумме состояний покоя (отдельных кадров), расположенных непрерывным образом (в отличие от реальных кинолент). Но именно так и описывается движение в современной физике. Выдающиеся ученые чувствовали это. Например, такой тонкий аналитик, как Б.Рассел, фактически прямо признал то, что Зенон отрицал в качестве парадокса: «...мы живем в неизменном мире и... стрела в каждый момент своего полета фактически покоится»[33], однако, согласно Расселу, данное обстоятельство не мешает признавать наличие движений и изменений в том смысле, что в *разные* моменты времени мир находится в *разных* состояниях.

А.Грюнбаум в ответ на это возразил, что кадры киноленты существуют *одновременно*, и потому те, кто обвиняет современную физику в уподоблении мира киноленте, приписывают ей абсурдное положение о том, что все события одновременны[34]. Хотя некоторые авторы давали повод для таких упреков, в целом выставленное возражение ошибочно. Мы имеем дело с тропом, который можно назвать *кинематографической метафорой*, так что о буквальном отождествлении мира и реальных кинолент речь, конечно, не идет. В рамках кинематографической метафоры отдельный кадр соответствует состоянию мира в определенный момент времени, так что разные кадры представляют разные мгновения времени, в полном согласии с физикой. И когда оппоненты А.Грюнбаума говорят о *сосуществовании* последовательных моментов времени в статической картине мира, то термин «сосуществовать» можно использовать в *безвременно́м* смысле. Разные смыслы утверждений о существовании обсуждаются во второй части, а здесь мы коснемся лишь одного аспекта проблемы. Рассмотрим словосочетания «совокупность событий 1997 года» и «совокупность событий 9997 года». С точки зрения статики обе упомянутые совокупности *не меняются*. Они *существуют в неизменном виде* независимо от всяких ссылок на момент «теперь» или «сейчас» или на какие-либо другие временные интервалы, что и позволяет говорить о них как сосуществующих в безвременно́м смысле, подобном тому, в каком мы говорим о совокупностях предметов, изображенных на кадрах с номерами 1997 и 9997. Только, в отличие от реальных кинолент, нельзя утверждать, что «кадры» «совокупность событий 1997 года» и «совокупность событий 9997 года» существуют одновременно. Однако это не означает, что фраза «Существуют события 1997 года и существуют события 9997 года» лишилась смысла. Напротив, в статической концепции времени она вполне осмысленна. Но это все, что требуется для утверждения *совместного сосуществования* разновременных совокупностей событий.

Разумеется, раздавались голоса против такого статического подхода к описанию времени и движения в современной науке. Одним из критиков был философ-интуитивист А.Бергсон. Он настаивал на том, что необходимо различать описание *результатов* движения и описание движения как особого *процесса* или *акта*. По мнению Бергсона, наука в принципе не способна постичь движение как процесс или акт.

«...Если во времени механика постигает лишь одновременность[35], то в движении — только неподвижность.

Можно было бы предвидеть этот результат, если вспомнить, что механика по необходимости оперирует с уравнениями, а алгебраическое уравнение всегда выражает совершившийся факт. Между тем сама суть длительности и движения, какими они предстают нашему сознанию, заключается в процессе непрерывного становления: алгебра же может выражать в своих формулах результаты, полученные в определенный момент длительности, и положение, занимаемое в пространстве движущимся телом, но она не в состоянии выразить саму длительность и само движение»[36].

В случае движения мы «имеем дело не с *вещью*, но с *процессом*», поэтому «в движении следует различать два элемента: пройденное пространство и действие, посредством которого тело проходит его». Обращаться с этими элементами нужно по-разному. Например, «делить можно вещь, но не акт»[37]. Зенон же, по мнению Бергсона, смешивает процесс движения, каждый акт которого неделим, с бесконечно делимым пространством.

«Почему Ахилл обгоняет черепаху? Потому, что каждый шаг Ахилла и каждый шаг черепахи в качестве движений неделимы, а в качестве пространства — суть различные величины; а значит, пространство, пройденное Ахиллом, будет больше, чем сумма расстояния, пройденного черепахой, и того, на которое она вначале его опередила. Зенон совершенно не принимает в расчет, что только пространства можно произвольно разлагать и вновь составлять, поэтому он, воссоздавая движения Ахилла по тому же закону, что и движения черепахи, смешивает пространство с движением»[38].

Здесь А.Бергсон не прав. Похоже, для Зенона было несомненным, что движение есть именно процесс. Ведь он говорит не о трудностях введения завершенных в своей данности отрезков пространства, а о немыслимости процесса их прохождения. Либо движение будет описано как процесс, как ряд последовательных операций или действий по осуществлению движения, либо придется признать, что любая попытка такого описания неминуемо ведет к противоречиям, что будет означать логическую невозможность движения. Согласно Пармениду и Зенону, неизбежна вторая альтернатива. Движения как процесса нет и быть не может. Со своей стороны, объявляя апории против движения софизмами, Бергсон не в состоянии предложить приемлемого их решения. Нельзя же считать таким решением наивную апелляцию к интуиции. Вместе с тем в рассуждениях французского философа о коренном отличии статического представления о движении от процессуального заключено рациональное зерно.

Современная наука, особенно математика и физика, блестяще подтвердила философию элеатов, приняв статические представления о движении. Та картина движения, которую она дает, надо полагать, вполне бы удовлетворила как Парменида, так и Зенона с точки зрения отсутствия в ней *процесса* движения. Обгоняя черепаху, Ахилл не движется в том смысле, что не переходит из одного места в другое. Просто в один момент времени он находится в одном месте, в другой — в другом, подобно тому, как мчащийся по шоссе автомобиль на киноленте просто размещается в разных кадрах этой ленты. Произошла всего лишь смена терминологии при неизменном подходе, выдвинутом еще элеатами. Они вряд ли согласились бы считать уравнения и графики функций, показывающие, где находится движущееся тело в каждый момент времени, описаниями движения. Такого рода аппарат способен зафиксировать наличный результат движения, но не объяснить, как тело переходит от одного места к другому. А раз нет актов перехода, нет и движения. Но можно отмахнуться от проблемы процессуальности движения, подменив ее статическим геометрическим представлением: вместо актов перехода взять графики соответствующих функций и назвать их описаниями движения тел.

Можно вообразить, что если бы элеатам предъявили современный взгляд на движение, сводящийся к тому, что в одни моменты времени тела находятся тут, а в другие там, то они вряд ли стали бы спорить с такой позицией. В сущности, именно это и утверждает Зенон в апории «Летящая стрела». Стрела в разные мгновения полета находится в разных местах. Данное положение он и не думает оспаривать. Только если современная наука ставит здесь точку, считая, что тем самым философские проблемы описания движения исчерпаны и осталось лишь преодолеть технические трудности, элеаты идут дальше, требуя, если угодно, предъявления своего рода *алгоритмов* движения, а не геометрических линий или уравнений. Их вывод о невозможности движения основывается исключительно на неудачах попыток построения таких алгоритмов. Оставалось вернуться к статической картине мира, в которой в разные моменты времени тела могут находиться в разных местах, но покоятся в каждом из них. Словно бы вняв призыву элеатов, современная наука послушно следует в русле заданной ими парадигмы. Единственное отличие состоит в том, что наука не согласилась считать движение чем-то бóльшим, чем нахождением в разные моменты времени в разных местах. Но поистине это бунт на коленях. Фактически современная наука приняла *выводы* элеатов, забыв о том, откуда и как они были получены, изменив при этом терминологию и назвав движением то, что элеаты не могли позволить считать таковым.

Сходство прослеживается вплоть до забавных мелочей. Спросите у современного космолога, как выглядит наша Вселенная с точки зрения внешнего наблюдателя? Распространенный ответ — Вселенная с этой точки зрения является четырехмерной гиперсферой конечных размеров. Подобно тому, как существо, двигающееся по сфере в одном направлении, возвращается в ту же точку, путешественник по нашей Вселенной, если он никуда не сворачивал, вернется снова на Землю, хотя он все время удалялся от нее. Правда, промежуток времени будет очень большой. Так что не только центральный тезис элеатов об отсутствии движения находит поддержку в современном естествознании, но даже такая малозначительная деталь философии Парменида, как конечность[39] и сферичность бытия, тоже встречает в современной космологии благожелательный прием.

Другое дело, что принятие основных выводов философии элеатов (терминологические расхождения не в счет) происходит в науке неосознанно. Далеко не все физики и математики даже слышали о Пармениде, хотя, быть может, имя Зенона им более известно. Современная наука взяла на вооружение главный тезис элеатов, состоящий в противопоставлении чувственного знания и знания умопостигаемого. Желая описать при помощи математики какое-либо явление природы, ученые меньше всего склонны при этом обращать внимание на соответствие принятых теоретических допущений данным восприятия и даже эксперимента. Например, допущение в современной математике и физике бесконечных структур, весьма проблематичных с точки зрения их эмпирического оправдания, приобрело поистине повальный характер. Так время сплошь и рядом отождествляют с множеством действительных чисел, количество которых не только бесконечно, но и несчетно. Явно дискретная структура нашего опыта никак не сказывается на масштабах применения в физике непрерывных образований (вроде только что упоминавшейся действительной прямой) и т.д. — количество примеров легко умножить. Правда, в современной науке возникали и возникают теперь мощные движения, пытающиеся сблизить чувственный и умопостигаемый миры, ликвидировать пропасть между ними, вырытую еще элеатами. В математике таким движением был и остается интуиционизм и конструктивизм, в физике все большее значение, — во многом благодаря компьютеризации науки, — получают дискретные структуры. Однако сближение воспринимаемого и умопостигаемого наталкивается на колоссальные трудности. Здесь возникают проблемы, которые плохо поняты даже в наши дни. Одной из таких проблем является поставленный еще Парменидом и поддержанный Зеноном вопрос об иллюзорности явления множественности.

§3. Аргумент против множественности

Здесь будет разобран только один аргумент Зенона против мыслимости множества. Апория *Пшеничное зерно*. Вновь чувства обманывают нас. Действительно, создает ли одно зерно шум при падении? — спрашивает Зенон софиста Протагора. Нет, отвечает Протагор. Ну, а медимн (мешок в 52,5 литра) зерна создает при падении шум? — Конечно, был ответ. Но если медимн зерна издает шум, то и каждая его часть издает шум. Поэтому и одно зерно производит шум. Таков был ответ Зенона Протагору.

Отметим, что эту апорию Зенона часто недооценивают, удивляясь, «как такой острый мыслитель... не принял во внимание несовершенство органов чувств»[40]. Конечно, проблема не в несовершенстве органов чувств. Разумеется, Зенон не мог сомневаться, что падение медимна пшеницы мы слышим, а падение одного зерна нет. Проблема заключается в следующем. Каким образом, если верить чувствам, из бесшумного возникает шум? Ведь если одно зерно в действительности не издает шума, то откуда он возьмется при падении тысяч бесшумных зерен? Из ничего ничего не возникает! В свое время в математике была аналогичная проблема: как из непротяженных точек построить обладающие протяженностью объекты — линии, поверхности и т.д. Была создана теория меры, средствами которой для определенного типа бесконечных множеств ее удалось решить. Но вот что делать в аналогичном случае с конечными множествами, не совсем понятно до сих пор.

Разберем следующее рассуждение. Одно зерно не производит шума. Согласимся с этим. Допустим, что n зерен не производят шума. Но тогда и n+1 зерно не произведет шума! Следовательно, в соответствии с принципом математической индукции, сколько бы зерен мы не уронили, шума не будет.

Напрасно думать, что здесь какая-то тривиальная ошибка или редкое исключение, не способное причинить неприятностей. Примеры аналогичных трудностей известны издавна (например, парадоксы кучи и лысого). Вот более свежий пример из современной математической монографии.

«Профессор Чарльз Дарвин[41] учит нас, что существует множество D объектов и линейное упорядочение этого множества, такие, что первый элемент в этом множестве есть некая обезьянка Чарли, каждый не первый элемент есть потомок непосредственно предшествующего элемента и последний элемент есть сам Дарвин. Совокупность A всех обезьян из множества D не является множеством; в противном случае A содержало бы последний элемент. Но, как знает всякий, потомки обезьян суть обезьяны. Таким образом, оказалось бы, что все члены D, включая и Дарвина, были бы обезьянами»[42].

Снова имеем в соответствии с методом математической индукции, что коль скоро Чарли — обезьяна и если n-ый член ряда обезьяна, то его потомок тоже обезьяна, — получаем, что все члены ряда обезьяны. В литературе мне встречался и такой пример: В 1-ю секунду своей жизни Лев Толстой был ребенком. Допустим, что в n-ю секунду он ребенок. Тогда в n+1 секунду он вновь ребенок и должен остаться им на всю жизнь.

Могут подумать, что здесь дело в несовершенстве органов чувств (о такой позиции уже упоминалось выше). Но совсем не обязательно брать наглядные примеры с зернами, обезьянами и писателями. Допустим, я определяю понятие «малое число» следующим образом: 1 является малым числом, и прибавление 1 к малому числу снова дает малое число. Из такого определения (в соответствии с принципом математической индукции) немедленно следует, что все положительные целые числа являются малыми, что вовсе не хотелось бы утверждать.

С подобными проблемами на практике сталкиваются разработчики экспертных систем и других средств искусственного интеллекта. Казалось бы, решить эти проблемы несложно: давайте условимся, что начиная с 1000-го зерна появляется шум при их падении, что число 999.999 — малое, а 1 миллион — уже нет, что Лев Толстой перестал быть ребенком в ту секунду, когда ему исполнилось 14 лет и т.д. Но этот способ решения ничего в действительности не решает. Его беспомощность видна, что называется, невооруженным глазом. Была придумана «теория нечетких множеств», где объект не просто обладает или не обладает некоторым свойством, а обладает им в некоторой степени, которая обычно обозначается действительным числом из отрезка [0, 1]. Если степень обладания свойством равна 0, то это означает, что объект данным свойством не обладает вовсе. Если эта степень 1, то налицо наиполнейшее обладание свойством. Все остальные случаи промежуточные. Можно, например, «быть обезьяной» со степенью 1/2 или даже с иррациональной степень $\pi - 3$. Как по-вашему, решает ли такой подход проблему?

Куда более изощренным является подход П.Вопенки, который рассматривает некоторые большие, но конечные, совокупности как образования, ведущие себя подобно бесконечным в классическом смысле множествам. Такие совокупности в теории Вопенки называются собственными полумножествами.

«Проиллюстрируем это на примере. Предположим, что в популярной брошюре автор пытается рассказать о свойствах счетных множеств. Он приглашает читателя в отель, имеющий бесконечно много комнат, занумерованных натуральными числами; все комнаты заняты. Тем не менее можно принять нового гостя, предоставив ему комнату номер один и в то же время переместив каждого гостя из комнаты с номером n в комнату с номером $n + 1$. Теперь представим себе, что в отеле только тысяча комнат и все они заняты. Проделаем то же самое. Новый гость помещается в комнату номер один, гость из комнаты номер один перемещается в комнату номер два и т. д. Так как гости передвигаются последовательно, процесс не закончится за один день, и, так же как и выше, каждый гость будет устроен в течение почти всего дня. В этом случае множество из тысячи комнат содержит подсемейство (подсемейство всех комнат, в которые гости потенциально передвигаются), которое ведет себя в некотором смысле как счетное множество в канторовской теории множеств»[43].

Альтернативная теория множеств предлагает достаточно интересный путь решения апорий. Тем не менее к ней можно предъявить серьезные претензии содержательного плана. Если какое-то конкретное конечное множество объявить содержащим собственные полумножества, которые в этой теории являются бесконечными образованиями, то альтернативная теория становится противоречивой в классическом смысле[44]. Конечно, если речь идет о количествах, превышающих число атомов в Метагалактике, противоречие может достигаться за практически нереализуемое астрономическое число шагов. Так что доказательства противоречия при этих условиях действительно можно считать бесконечными, как и предлагает теория Вопенки, поскольку «настоящее» доказательство должно содержать конечное число шагов[45]. Но если, как в приведенных примерах с мешком зерна, линией предков и тысячекомнатным отелем, рассматриваются сравнительно небольшие и вполне обозримые совокупности, противоречия станут практически достижимыми со всеми катастрофическими для теории последствиями. Сказанное приводит к возникновению сомнений в способности альтернативной теории множеств вполне удовлетворительно справиться с апорией «Пшеничное зерно».

Как бы там ни было, Зенон сделал из описанных трудностей тот вывод, который и должен был сделать как последователь Парменида — он отказал нам в праве мыслить универсум как состоящее из множества частей образование. Бытие осталось у него единым, неделимым и неподвижным.

На наш взгляд, неопределенности в предицировании свойств объектам вообще не обязательно связаны с большими совокупностями. Неопределенность может возникать и возникает в отношении малых множеств и даже единичных объектов. Суть в том, что такие свойства, как «куча», «хороший человек», «мужественный», «молодой», «красивый» и т.д., не являются подмножествами универсума рассмотрения. Поэтому даже для вполне упорядоченных конечных множеств нельзя утверждать, что такой одноместный предикат имеет наименьший элемент, определенно обладающий (или не обладающий) искомым свойством. В одних структурах этот элемент один, в других — другой (например, при одном представлении куча начинается с 10 зерен, при других — с 2, 8, 11, 67 и т.п.). В результате возникает неопределенность, понятию о которой можно придать логически точный смысл. Подробно теория неопределенности изложена в заключительной, девятой главе.

Глава 3. Функциональное описание реальности

§1. О злоупотреблениях функциональным языком

Стремящееся к точности человеческое мышление исходит из, вообще говоря, немногих подлинно базисных идей. Одной из таких идей является функциональный подход к описанию реальности. Понятие функции — одно из центральных в математике и математизированном естествознании. Простота понятия функции позволяет определять его на полуинтуитивном уровне, как часто и делается в литературе, если только не преследуется цель исследовать основания функционального подхода.

Математическое понятие функции — одно из наиболее общих и простых понятий науки, определяемое с практически предельной степенью строгости. Со времен Кантора в качестве основания всей математики используется теория множеств. В рамках теории множеств понятие функции не является самым фундаментальным, а представляет собой частный случай понятия отношения. Не теряя достаточной для наших целей общности, ограничимся двухместными отношениями. Пусть дано декартово произведение $A \times B$ множеств A и B. Тогда отношением на $A \times B$ называется произвольное подмножество $R \subset A \times B$ (т.е. R является отношением на $A \times B$, если каждый элемент R является упорядоченной парой вида $\langle a,b \rangle$, где $a \in A$ и $b \in B$). Функция — это отношение F на $A \times B$, удовлетворяющее дополнительному условию:

$$(*)\ \forall x \forall y \forall z(\langle x,y \rangle \in F \ \&\ \langle x,z \rangle \in F \to y=z).$$

Множество $D=\{x\colon x \in A \ \&\ \exists y(\langle x,y \rangle \in F\}$ называется областью определения функции F, а множество $G=\{y\colon y \in B \ \&\ \exists x(\langle x,y \rangle \in F\}$ — областью значений функции F. Ясно, что $D \subset A$ и $G \subset B$. Обычно пишут $F(a)=b$, если пара $\langle a,b \rangle \in F$. Элемент a в этом случае называется аргументом функции F, а элемент b — значением функции F на данном аргументе. Характеристический признак функции (*) тогда означает, что переход от аргумента к значению осуществляется *однозначным* образом: если $F(x)=y$ и $F(x)=z$, то $y=z$.

Казалось бы, все предельно ясно. Особенно если учесть, что теория множеств ныне не возбуждает тех сомнений, которые имели место в период кризиса в основаниях математики на рубеже XIX и XX веков. Тем не менее, как это ни парадоксально, понятием функции злоупотребляют сплошь и рядом, пытаясь выразить на языке функций то, что в действительности находится уже за рамками функционального подхода. Злоупотребления бывают двух видов: наивные (неосознанные) и философские (вполне сознательные). При наивном применении функционального подхода человек просто действует, как его учили. А учили его тому, что всякое явление можно описать на языке функций. Явные несоответствия описаний и реального положения дел либо объясняются тем, что применялись недостаточно сложные функции, либо просто игнорируются как несущественные.

Философские злоупотребления функциональным языком, в свою очередь, распадаются на несколько видов.

А). *Неконструктивная критика теоретико-множественного определения функции*. Приведем пример. Р.Голдблатт утверждает, что теоретико-множественное определение функции «сохраняет прежнее представление о функции как о множестве некоторого рода — фиксированном, статическом объекте», не отражает «преобразовательный аспект данного понятия»[46].

«Действительно, геометрические преобразования (вращения, отражения, растяжения и т.д) являются функциями, которые практически буквально описывают движение, а в прикладной математике силы фактически моделируются функциями. Описанные здесь динамические качества представляют собой существенную часть значения слова «функция», как оно употребляется в математике. Определение функции через упорядоченные пары не отражает этого»[47].

Место теории множеств, полагает Голдблатт, должна занять теория категорий, в которой якобы присущая понятию функции динамика проявляется в полную силу[48].

Согласимся с критикой теоретико-множественного подхода к понятию функции. В самом деле, теоретико-множественное понятие функции целиком и полностью статично. Это образец статичности, неизменной как в пространстве, так и во времени в полном соответствии с парменидовской философией и платоновской теорией вечных эйдосов. Однако принять теорию категорий в качестве «динамической» альтернативы нельзя. Достаточно взглянуть на определение категории (основывающееся, кстати сказать, на понятиях множества и класса), чтобы понять, что категории — такие же статичные объекты математики, как и множества. Они не вращаются, не растягиваются, вообще не изменяются и не способны к изменениям. Категорию, как и множество, нельзя представлять себе как движущуюся сущность или сущность, меняющуюся во времени. Определение категории начинается с фиксации классов объектов и морфизмов категории, способных изменяться не в большей степени, чем любой другой класс или множество. Таким образом, замена статики на динамику происходит в рассматриваемом случае только на словах. Математического содержания философские замечания Голдблатта не имеют.

Б). *Некритическое приписывание.* На чем, собственно, основывается утверждение о якобы подлинном динамическом смысле слова «функция» в математике? Математика — наука точная, а не аморфно-образная. Если утверждается, что значение математического понятия функции включает в себя динамические качества, то где же эти качества? Если они есть, то должны определяться математически строго. Есть только в сфере образного мышления? Но тогда данные качества не относятся к математике и не могут включаться в математическое понятие функции. Между тем сплошь и рядом статичным по самой своей сути функциональным методам приписываются образные, интуитивно пóнятые динамические характеристики, за которыми нет не только никакого математического смысла, но и вообще научного содержания.

Примером является трактовка специальной теории относительности (СТО) Д.Бомом. Отмечая удивительное отличие диаграмм СТО (с их статичным представлением не только прошлого, но и будущего как неких данностей) от действительного положения дел, Бом по отдельности анализирует реальность и диаграммы. В реальности оказывается, что прошлое — это реконструкция, что будущее не дано и его невозможно предсказать и т.п. И все это вопреки диаграммам, мировым линиям и прочим объектам, в которых ничего подобного нет. Напротив, мировая линия каждого индивида содержит его местоположение в любой момент прошлого или будущего времени (ведь эти местоположения являются функцией от времени), вместе с точками его рождения и смерти. Как совместить эти разнородные описания? Диаграммы СТО, отвечает Бом, это своего рода карты реальности. Мы ведь не требуем от карты, чтобы она буквально соответствовала изображаемому ландшафту[49] . Но аналогия с картой не проходит, так как на карте СТО нет указаний на необходимость реконструкции прошлого, неполноту наших знаний, невозможность предвидеть будущее и т.д. Для этой карты все перечисленные проблемы либо вовсе не существуют, либо несущественны. Изображая уже не существующее прошлое и еще не существующее будущее как реальности, неотличимые от реальности настоящего, СТО уподобляется географической карте, на которую нанесены вымышленные земли. Пытаясь задним числом поправить данное обстоятельство, Бом не достигает цели. Его приписывания и добавления — всего лишь довесок, не имеющий физического значения в рамках СТО. Нельзя подправить теорию ее комментированием, к тому же на чуждом этой теории языке. Раз в СТО нет проблемы реконструкции прошлого и т.п. — стало быть, карта неверна, если считать эти проблемы важными.

К этому же виду злоупотреблений относится широко рекламируемый подход школы И.Пригожина, который в интересующем нас аспекте сводится к идее введения в физику времени как оператора. Мы далеки от того, чтобы критиковать физическую сторону дела и плодотворность понятия времени-оператора для физики. Основания для сомнений появляются тогда, когда новому понятию приписываются динамические черты. Риторика школы Пригожина хорошо известна, так что можно не повторять ее здесь. Ограничимся указанием на частое употребление словосочетания «от существующего к возникающему», которое даже явилось названием одной из книг И.Пригожина[50]. «Возникновение», очевидно, относится к числу слов, призванных нести в себе динамическое содержание. Однако какая динамика возможна, если оператор — это функция! Пусть это случай сложной функции, области определения и значений которой структурированы и т.д. Но все равно, понятие оператора — это частный случай общего понятия функции, как оно было определено выше. Какой бы сложной ни была функция, она остается статичным множеством упорядоченных объектов (или столь же статичной категорией) и никакие ухищрения технического характера (введение функционалов, операторов и т.п.) не в состоянии этого обстоятельства изменить. Недопустимо приписывать статическому образованию динамические черты, если есть претензия на точное научное знание. Если отделить риторику от реально используемой классической функциональной математики, то останется только существующее, а от возникающего не останется ничего.

В). *Принципиальное приписывание* наиболее четко (из известных мне авторов) выражено М.Бунге. «Математические формулы сами по себе ничего не говорят о материальной реальности, и именно поэтому они могут быть использованы (в сочетании с семантическими «правилами») для выражения столь многого о внешнем мире. Возможное объективное содержание, которое может быть вложено в математические формы, целиком находится в фактуальном (физическом, биологическом...) значении, приданном ad hoc символам, входящим в них, т.е. в семантических «правилах». Следовательно, причинная проблема, подобно проблеме о механической природе предметов, к которой соотносится данная теория, не может возникнуть ни в формулировках, ни в представлениях данной научной теории, а только в ее истолкованиях»[51].

Иными словами, М.Бунге сознательно призывает дополнять пустую, с его точки зрения, математику ad hoc истолкованиями, которые уже не должны формулироваться на математическом языке. На практике это приведет к ничем неограниченному произволу в интерпретациях математического аппарата науки. Некритическое приписывание основывается, по-видимому, просто на желании преодолеть границы, налагаемые наличной математикой, и одновременно в какой-то мере сдерживается естественным стремлением соблюсти при этом меру, тогда как принципиальное приписывание придает этому желанию видимость законности и тем самым ликвидирует все барьеры на пути математизированных фантазий. Можно, например, взять произвольное линейно упорядоченное множество, назвать его временем и ввести какие-то события как функцию от такого «времени». Но при этом не следует надеяться на решение сложнейшей проблемы времени, для которой функциональные методы совершенно непригодны. Здесь необходим поиск адекватного теоретического аппарата, улавливающего специфические особенности темпоральности.

Г). *Принципиальное неприписывание* неопозитивистов также основывается на утверждении, что математика ничего не говорит нам о мире. Расхождение с предыдущей позицией заключается в том, что какие бы то ни было интуитивные и образные интерпретации математических структур объявляются метафизическими и вредными для науки. Так не следует привносить в научное знание представлений о порождающем характере причинных связей, поскольку акт порождения причиной действия не фиксируется используемой в физике математикой. Тем самым фактически накладывается запрет на поиск упоминавшегося выше адекватного аппарата для описания аспектов реальности, не улавливаемых методами физики. Это тоже разновидность злоупотреблений, поскольку (если принять во внимание, что преступлением может быть не только действие, но и бездействие) из такой концепции вытекает, что за рамками физики ничего делать не надо.

Наличие злоупотреблений в использовании и оценках функционального подхода и в попытках выйти за его пределы не означает, что всякое научное описание, использующее математику, обречено оставаться в рамках статики. Успешный (по крайней мере частично) выход за границы статики осуществлен математическим интуиционизмом.

«...Мы ставим в зависимость математическую теорию от возможностей субъекта-исследователя, которые к тому же зависят от времени. То, что сегодня не истинно, не обязательно является ложным — оно может быть неустановленным и может стать истинным завтра. Ситуация действительно много сложнее, чем в классической математике, но возможности построения приемлемых интуиционистских математических теорий все же имеются»[52].

Действительно, процитированное заявление является не приписыванием (в любом из выше описанных смыслов), а реальной исследовательской программой, успешно реализуемой в математической практике. Такая связанная с течением времени математика на самом деле порывает со статикой, однако достигается это слишком дорогой ценой непомерного усложнения математических концепций и техники. Возможно, отмеченное обстоятельство служит одной из причин того, что интуиционизм не нашел применения в физике (даже в той ее части, которая была громко названа физикой становления и где хотя бы упоминание о нем было бы наиболее уместным). Кроме этого, интуиционизм с самого начала ориентировался на проблемы обоснования собственно математического знания, а не на решение прикладных задач (в отличие от классической математики).

Критикуя приписывание математическому аппарату науки смыслов, которые он в действительности не имеет, мы ограничились аргументами негативного плана. Перейдем теперь к позитивным доводам. Вопреки неопозитивистам и примыкающим к ним в вопросе о статусе математического знания философам, математика несет в себе определенную информацию о мире. В противном случае эффективность языка математики в деле познания природы будет действительно непостижимой. Согласно В.А.Смирнову, следует различать два вопроса о соотношении языка и онтологии: «1. Какого рода объекты вынуждает принять язык? 2. Какие онтологические допущения обязывает делать данный язык?»[53]. Ответ на первый вопрос состоит в указании области квантификации (критерий У.Куайна: «Быть — это значит быть значением квантифицируемой переменной»); ответ на второй вопрос требует определения класса аналитически истинных предложений (критерий А.Черча: «Язык обязывает делать именно те онтологические допущения, которые формулируются в аналитически истинных предложениях данного языка»). Известное разделение Р.Карнапом вопросов о существовании на внешние и внутренние имеет смысл, если учесть, что внутренний вопрос касается не только вопросов о существовании объектов внутри языкового каркаса, но и о существовании объектов вне его, а внешний вопрос не является бессмысленным, но требует решения о принятии онтологических допущений в целом[54].

Означает ли сказанное, что имеет место отождествление привносимых языком онтологических допущений и положением дел в объективной реальности? В.А.Смирнов следующим образом отвечает на поставленный вопрос: «Отождествлять системы объектов, имманентные языку, с реальностью мы не всегда можем. Если мы принимаем язык теории множеств, то вынуждены принять систему множеств. Но это еще не означает, что мы принимаем множества в качестве реально, объективно существующих сущностей.... Нужны дополнительные способы и критерии отождествления моделей реальности, объектов мысли с самой реальностью»[55].

Разумеется, использующая аппарат теории множеств наука не обязана принимать все множества в качестве реально существующих. Мы считаем, что в числе дополнительных способов установления соответствия с реальностью имеются *принципы отбора*, которые отбрасывают некоторые конструкции теории множеств как не имеющие эмпирического содержания или вообще не связанные с реальностью (даже в качестве теоретических сущностей). Но не могут же эти принципы отбора отбросить все. Кое-что они должны оставить в качестве реального, ибо в противном случае позволительно спросить: а зачем вообще принимать язык теории множеств, если ничто в реальности ему не соответствует? Если известно, что на самом деле есть, а чего нет, то следует выбрать язык, который это учитывает.

Конечно, та же теория множеств может интересовать нас лишь в качестве математической теории. Тогда, естественно, не обязательно принимать ее онтологические допущения как реальные. Но ведь науки, основывающиеся на эмпирическом опыте (в отличие от математики), интересуются как раз реально существующим, и математические теории нужны им лишь постольку, поскольку способны описывать реальное существование. Если естествоиспытатель исходит из номиналистической установки, согласно которой таких объектов, как множества, в реальности нет, но при этом удобства ради пользуется теоретико-множественным языком, он просто вводит в заблуждение и самого себя, и своих читателей. То, что язык предполагает ту или иную онтологию — установленный логикой факт. Поэтому использование данного языка уже означает, что используется его онтология. Другое дело, нравится ли вам эта онтология или нет, принимаете ли вы ее, так сказать, душой. Но это — ваши личные проблемы, не имеющие отношения к науке.

Повторим еще раз: использование теории множеств в естествознании (а не в рамках только математики) с неизбежностью предполагает, что какие-то множества принимаются в качестве реальных, соответствующих действительной структуре мира. Отсюда не следует, что все объекты теории множеств должны считаться реальными, так как за счет принятия принципов отбора естественнонаучная теория оставляет лишь те множества, которые несут информацию о действительном мире.

Все, что было сказано выше о теории множеств, касается любой другой математической теории. *Принятие определенной математической основы вместе с принципами отбора означает принятие вполне определенной онтологии, соотносимой с объективной реальностью*. Добавим к этому, что для установления принятых естественнонаучной теорией онтологических допущений о реальности достаточно посмотреть, какие объекты рассматриваются в данной теории. Все такие объекты нужны или даже необходимы (с позиций теории) для описания реальности независимо от того, приписывается им эмпирическое существование или структурное соответствие действительности. Если этот объект — молекула, то в физике она существует в качестве эмпирического объекта, если функция — то она отражает реально существующие связи. При этом под «молекулой» надлежит понимать то, что предписывается соответствующей теорией; аналогичным образом не следует примешивать к применяемому в теории понятию «функция» какой-либо привходящий смысл, не вытекающий ни из применяемой математики, ни из принципов отбора.

§2. Статическое время

Пожалуй, с наибольшей силой функциональный подход к описанию реальности воплотился в восторжествовавших в современной науке представлениях о времени. Как правило, в рамках точно сформулированной статической концепции принимается, что время является отношением линейного порядка R (отождествляемого с отношением «раньше, чем» или с «позже, чем») на *заранее данном* непустом множестве моментов времени M, т.е., с теоретико-множественной точки зрения, время — это пара T = <M, R>. Отступления от этого правила бывают троякого рода. Во-первых, изредка вместо бинарного отношения R пытаются вводить временные отношения с бóльшим количеством мест. Например, в теории относительности принимается, что в одной системе отсчета k событие s_1 может наступить раньше, чем событие s_2, а в системе отсчета k' временнóй порядок этих событий окажется другим (так бывает, если два события, в силу принимаемого в этой теории постулата о существовании предельной скорости взаимодействий, не могут находиться в причинной связи между собой). Но если зафиксировать систему отсчета или рассматривать только пары событий, могущие находиться в причинной связи, то время вновь окажется привычным линейно упорядоченным множеством с бинарным отношением «раньше, чем», так что изменения, вводимые теорией относительности в наши представления о времени, на самом деле не столь уж значительны, как зачастую думают. Во-вторых, иногда требование линейности ослабляется до условия частичной упорядоченности множества моментов времени. Так в логике рассматриваются различные модели ветвящегося времени, с помощью которых, в частности, надеются избежать фаталистических выводов о будущем. Это более интересное нововведение по сравнению с предыдущим, однако оно все еще воспринимается как слишком радикальное для того, чтобы использовать его в естествознании. В-третьих, геометрический образ времени позволяет обсуждать возможность существования замкнутых временных линий. При этом не всегда осознают, что в таком случае отношение «раньше, чем» перестает быть отношением порядка на множестве моментов времени, и теперь бессмысленно спрашивать, наступило ли событие s_1 раньше или позже, чем событие s_2.

Вообще замкнутые временные линии призваны проиллюстрировать возможность течения времени вспять. Однако для демонстрации этой возможности вовсе не обязательно отказываться от трактовки отношения «раньше, чем» как отношения порядка. Достаточно сопоставить временнóму отношению порядка R его обратное отношение R* (которое получается из R следующим образом: $R^* = \{\langle a,b\rangle \mid \langle b,a\rangle \in R\}$), оставив прежнее прочтение «раньше, чем». Полученное отношение R* также будет отношением порядка на множестве моментов времени M. Действительно, пусть R есть отношение *частичного порядка*, для определенности, антирефлексивное и транзитивное отношение, т.е. R удовлетворяет двум следующим требованиям:

1. $\forall x \neg(xRx)$;
2. $\forall x \forall y \forall z(xRy \,\&\, yRz \to xRz)$.

Тогда R* очевидным образом удовлетворяет первому требованию, а при xRy, yRz, xRz в силу определения R* окажется, что yR*x, zR*y, zR*x, откуда, навешивая кванторы всеобщности, получаем $\forall x \forall y \forall z(zR^*y \,\&\, yR^*x \to zR^*x)$. После переименования кванторов приходим ко второму требованию $\forall x \forall y \forall z(xR^*y \,\&\, yR^*z \to xR^*z)$. Теперь если событие s_1 раньше, чем событие s_2 в системе <M,R>, то событие s_2 будет раньше, чем событие s_1 в системе <M,R*>.Учитывая только что сказанное, в целях формальной экспликации статической концепции под *временем* T=<M,R> будем понимать произвольное непустое множество моментов M вместе с частичным порядком на нем R, трактуемом как отношение «раньше, чем».

Как уже упоминалось выше, чаще всего в науке отношение частичного порядка ограничивают требованием линейности, т.е. принимается дополнительная аксиома

3. $\forall x \forall y \forall z(xRy \vee yRx \vee x=y)$.

Обычно в качестве времени берется не любое, а конкретное линейно упорядоченное — множество действительных чисел R. При этом действительные числа отождествляются с моментами времени, а стандартное отношение порядка < на этом множестве рассматривается как временнóе отношение «раньше, чем» (либо «позже, чем» в случае отношения >). Геометрическим образом так представленного времени является бесконечная в обе стороны прямая.

Но это еще не все. Чтобы наполнить рассматриваемую абстрактную математическую структуру реальным содержанием, каждому моменту t из R, чаще не оговаривая этого явно, сопоставляют множество событий m, происходящих в указанный момент времени. Так появляется *функция* T из R на некоторое множество множеств W, элементами которого являются множества событий. Теперь легко придать смысл утверждению вида «В момент t произошло событие s»: это означает, что

$T(t) = m \,\&\, s \in m$.

Почему нельзя напрямую моментам времени сопоставить события? Ответ очевиден. Поскольку в каждый момент времени t происходит много событий, такое прямое сопоставление не будет функцией. Быть может, следует поступить наоборот, сопоставив события моментам времени? Однако некоторые события (например, вспышки света или распады атомных ядер) происходят много раз и в *разные* моменты времени, так что и это сопоставление не будет функцией.

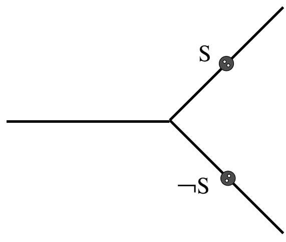
С математической точки зрения все эти построения тривиальны. Значимость они могут обрести лишь в том случае, если их можно связать с реальностью, с реально происходящими событиями. А реально мы говорим о событиях определенного дня, недели, месяца, года, минуты, секунды и т.п. А это не мгновения, а *интервалы* времени. Даже когда речь идет о мгновении применительно к действительно происходящему, подумав, мы должны согласиться, что на самом деле имеется в виду некоторый интервал (или отрезок) времени. Для наших целей достаточно ограничиться интервалами длиной в год (другие интервалы будут получаться аналогичным образом). Итак, как можно в рамках рассматриваемой структуры придать смысл высказыванию вида «Событие s произошло в n-ом году»?

Поступим следующим образом. Поскольку целые числа содержатся среди действительных чисел, при $n < 0$ $|n|$-тым годом до нашей эры объявим полуинтервал $[n, n+1)$[56]. Например, при $n = -1$ получим $|n| = 1$, т.е. первый год до нашей эры. При $n \geq 0$ также возьмем полуинтервал $[n, n+1)$, но теперь будем говорить о $n+1$ годе нашей эры. Например, при $n = 0$ получим 1 год нашей эры. Очевидно, так определенные полуинтервалы покроют всю ось времени и при этом они нигде не пересекутся между собой. Для любого n положим $f(n) = |n|$, если $n < 0$, и $f(n) = n + 1$, если $n \geq 0$. Какие события $S_{f(n)}$ произошли за год $D_{f(n)}$, соответствующий полуинтервалу $[n, n+1)$[57]? Очевидно, необходимо взять объединение множеств событий, происшедших за все моменты времени из этого полуинтервала:

$$S_{f(n)} = \{s \mid s \in \bigcup_{t \in [n, n+1)} T(t)\}.$$

Рассмотрим полуинтервал [1996, 1997). Ему соответствует 1997 год и множество событий этого года S_{1997}. Для любого читающего эти строки 1997 год уже в прошлом, так что мысль о том, что все события этого года уже произошли и потому о них можно осмысленно говорить, не покажется из ряда вон выходящей. Возьмем теперь полуинтервал [9996, 9997). Чему в *реальности* соответствует образование S_{9997}? Событиям 9997 года? Но где, кто и когда доказал, что эти события существуют в таком же смысле, что и события 1997 года? Ведь для всех ныне живущих они в будущем и, более того, навсегда останутся в будущем, учитывая наши шансы дожить до 9997 года. Между тем статическая концепция времени без лишних разговоров объявляет существующими события любого года на темпоральной шкале. И если эта концепция действительно является картой реальности, то соответствующие множества $S_{f(n)}$ существуют при каждом целом n. А если для будущих n этих событий нет, если они не существуют? Ведь будущее — еще не факт. В конце концов, откуда эта беззаботная уверенность в том, что мир будет существовать всегда? *А если очередной год не наступит*? В таком случае статическая карта изображает несуществующие земли и потому является плодом нашей фантазии. Человека, вздумавшего объявить о существовании еще одного материка Земли, с позором бы изгнали из заседания географического общества. Но что непозволительно географу, дозволено физику и философу-статику. Необходимо, наконец, перестать быть излишне доверчивыми и потребовать доказательств существования событий любого сколь угодно отдаленного будущего.

Если же нам скажут, что не собираются настаивать на существовании событий будущих лет, что использование функционального подхода лишь приближенно описывает реальность, которая в действительности гораздо сложнее и т.п., то возникает вопрос: зачем же тогда использовать понятийный аппарат, коль скоро известно, что он не является адекватным? Зачем наносить на карту реальности несуществующие острова, эти атлантиды воображения? Не лучше ли ограничиться имеющимися в действительности землями, территориями, на которые можно ступить!



Впрочем, в рамках статики имеется одна возможность для того, чтобы избежать нанесения на карту реальности *определенного* будущего. Для этой цели используют идею ветвления времени в будущее. Мы можем считать, что события делятся на необходимые (обязательно наступающие в будущем) и случайные, которые в будущем могут быть, а могут и не быть. Например, если кто-то, возможно, женится в следующем году (событие s), то также возможно, что он этого не сделает (событие $\neg s$). Альтернативные сценарии изображены на рисунке. В рассматриваемой ситуации уже нельзя образовать множество событий будущего года. В самом деле, такое множество d должно было бы как содержать событие s ($s \in d$), так и не содержать s ($s \notin d$), что противоречиво. Однако, исходя из содержательных соображений, требуется наложить запрет на ветвление времени в прошлое. Так что прошлое у каждого объекта одно-единственное, тогда как будущее альтернативно. Иными словами, время ветвится в будущее, но линейно в прошлое, как и показано на рисунке. С формальной точки зрения это можно выразить при помощи следующих условий. Положим $x\check{R}y \Leftrightarrow_{Df} x \neq y \mathbin{\&} \neg(xRy) \mathbin{\&} \neg(yRx)$ и назовем такие x и y *несравнимыми* по отношению R. Очевидно, что введенное отношение $\check{R}$ является антирефлексивным и симметричным, т.е. $x\check{R}y \rightarrow y\check{R}x$, но не транзитивным.

3′. $\forall x(\exists u(xRu) \rightarrow \exists y\exists z(xRy \mathbin{\&} xRz \mathbin{\&} y\check{R}z))$.

4. $\forall x\forall y\forall z(yRx \mathbin{\&} zRx \rightarrow y = z \vee yRz \vee zRy)$.

Здесь аксиома 3′ вводится вместо аксиомы 3, поскольку они несовместимы, если отношение R не пусто. Условие 3′ обеспечивает ветвление времени в будущее, а условие 4 гарантирует линейность времени в прошлое. Аксиому 3′ можно усилить так, чтобы время ветвилось в каждом моменте, если только у этого момента есть будущее.

3″. $\forall x(\exists u(xRu) \rightarrow \exists y\exists z(xRy \mathbin{\&} xRz \mathbin{\&} y\check{R}z \mathbin{\&} \neg\exists u(xRu \mathbin{\&} uRy \mathbin{\&} uRz)))$.

Конечно, изобразить наглядно ветвление в каждой точке отрезков невозможно, так что постулат 3″ на рисунке не отображен. Вместо этого показано ветвление лишь в одном моменте. Зато линейность в прошлое получила на рисунке адекватное воплощение: двигаясь из любой точки справа налево, мы получим линию с топологией отрезка прямой.

Завершим аксиоматику статического времени, удовлетворив естественное требование *связности* моментов в смысле отсутствия во временнóй структуре изолированных моментов или интервалов времени.

5. $\forall x\forall y\exists z(zRx \mathbin{\&} zRy) \vee \exists z\forall x(x \neq z \rightarrow zRx)$.

Левый дизъюнкт утверждает, что у любых двух моментов, как бы далеко они ни разошлись в ходе ветвления, есть общее прошлое и время, таким образом, не имеет начала, а правый дизъюнкт учитывает ситуацию, когда имеется общий для всех моментов начальный момент времени, у которого нет прошлого. Каждая из этих двух несовместимых альтернатив исключает существование самостоятельных кусков времени, так что аксиому 5 можно назвать аксиомой связности. Это своего рода связность в отношении прошлого, но не будущего, поскольку из-за ветвления времени мы не можем потребовать, чтобы у любых двух моментов было общее будущее.

Насколько структура с ветвлением в одну сторону и линейностью в другую способна передать подвижные, динамические аспекты времени? На наш взгляд, хотя такая структура обладает более богатыми возможностями для представления темпоральных отношений по сравнению с линейно упорядоченным множеством, в целом она остается полностью статичным образованием, в котором вместо однозначного фиксирования будущих событий столь же однозначно фиксируются будущие альтернативы вместе с соответствующими каждой альтернативе событиями. *Главным признаком статичности модели времени является невозможность указать в ней момент «теперь» или «сейчас»*. Что происходит с нашим персонажем в *настоящий* момент времени? Он еще не решил как быть или для него уже наступило будущее? А если наступило, то какое? Бесполезно задавать подобного рода вопросы в рамках неподвижных, статических моделей. Течение времени, а вместе с ним разделение моментов и событий на прошлые, настоящие и будущие в них отсутствуют. Но что может быть более фундаментальным для идеи времени, чем категории прошлого, настоящего и будущего, чем представление о его движении и течении? Без этих характеристик время перестает быть временем, превращается в статичное и неизменное во веки веков пространственно подобное образование.

Приведенная система аксиом очевидным образом непротиворечива. Поэтому она имеет счетную модель, скажем, составленную из рациональных чисел. По справедливому утверждению С.А.Яновской, данное обстоятельство свидетельствует о том, что феномен движения (течения времени в нашем конкретном случае) уловить не удалось.

«Вместе с тем стоит, вероятно, заметить, что наличие у системы аксиом арифметической интерпретации, отнюдь не связанной непременно с каким-нибудь движением, можно рассматривать как свидетельствующее о том, что этой аксиоматикой заведомо не выявлена еще сущность движения как такового, как движения, а не как некоторых отношений, определенных для рациональных чисел. В этой связи мне представляется естественным предполагать, что теория движения вообще не может быть конечно-аксиоматизируемой теорией и что аксиоматические способы построения теории здесь не по существу»[58].

Последнее замечание о неадекватности аксиоматического метода применительно к проблеме движения, как нам представляется, касается самой сути дела.

Еще одной странностью статических моделей времени является свойственная им своеобразная расточительность. Поясним, что имеется в виду. Опыт учит нас, что хороших вещей не бывает слишком много. Их всегда не достает, их всегда не хватает. Большинство людей вынуждены довольствоваться одним домом, одним местом проживания, одним кругом общения, у них вечно нет денег и т.д. Простое удвоение благ дается с огромным трудом, не говоря уже об их многократном умножении. А некоторые феномены существуют исключительно в одном экземпляре и принципиально не поддаются даже удвоению. Такова, например, индивидуальность каждого из нас. Но посмотрите на статические модели. В них в каждый момент времени на протяжении жизни человек существует вместе со всем своим достоянием. Если вы обладатель автомобиля, то каждому мгновению этого обладания соответствует свой автомобиль. Именно так, поскольку существование в одни моменты времени в статике *по типу* ничем не отличается от существования в любые другие моменты времени. Есть в универсуме новенький автомобиль в момент покупки, и также есть по автомобилю в любой момент его последующей эксплуатации. Если возразят, что автомобиль на самом деле *один*, но взят в разные моменты времени, то это возражение не состоятельно. В разные моменты времени существует по автомобилю, причем это, вообще говоря, разные объекты (скажем, новый автомобиль и старый), хотя и очень похожие на небольших интервалах времени. Хуже того, каждый из нас растиражирован в таком количестве экземпляров, сколько моментов насчитывает наша жизнь. В буквальном смысле существует наше детство, наша зрелость и наша старость, и в каждом из этих возрастных периодов есть соответствующий индивид, который существует точно в таком же смысле, как и читающий сейчас эти строки.

Мы не в состоянии поверить, что во Вселенной имеется два Солнца, две Земли, две копии каждого из нас и т.п. Но это в пространственной развертке. Что касается бытия во времени, то, влекомые непонятно откуда взявшейся убежденностью, мы уверены в возможности темпорального копирования любого объекта. Человечество буквально преследует идея путешествий во времени. Никто не отправляется в путь, чтобы в некоторой точке пространства встретиться со своим прошлым или будущим. Однако верят, что есть такая точка во времени. Туда трудно попасть, но научился же человек летать! Быть может, когда-нибудь он научится путешествовать по мирам времени... И такое наивное онтологизирование находит полную поддержку в лице парменидовской науки, авторитетно и бездоказательно заявляющей, что прошлое и будущее существуют в таком же смысле, как и воспринимаемое настоящее. А если ни прошлого, ни будущего *нет*, если они *не существуют*? Тогда туда и попасть нельзя не только на практике, но и в теории, и тогда каждая индивидуальность наличествует лишь в единственном экземпляре или же ее вовсе нет. Это простое соображение просто не приходит в голову умам, привыкшим время осмысливать в терминах пространственных отношений, понимать его как некую совокупность *мест*, в которых, если они близко расположены, существуют мало различимые копии одних и тех же вещей. Смыкаясь, эти места образуют структуры, подобные отрезкам пути. По ним можно путешествовать, как в обычном пространстве. В результате причудливым образом фантазии о машинах времени смыкаются с выводами сложных и абстрактных теорий, допускающих замкнутые временные линии. Только вот вопрос: получаются такие выводы в результате глубокого проникновения в природу времени или же они являются артефактами, навеянными геометрическими моделями времени?

Концепция статического ветвящегося времени только усугубляет проблему. Если при линейной развертке временного ряда в статике каждый из нас существует во многих экземплярах (по одному на каждый момент времени), то у всех этих экземпляров по крайней мере одна судьба. Например, для каждого конкретного человека в таком универсуме имеется одно-единственное событие его смерти в некоторый момент времени. Но в ветвящемся статическом универсуме для любого живущего в нем индивида имеются альтернативные даты смерти, которые могут соответствовать существенно различным событиям. Ведь на одной ветви времени он может, скажем, погибнуть в результате аварии, тогда как на другой временнóй ветви он умрет от старости. Спрашивается, что его ожидает и чье это будущее? Остается либо сказать, что у него имеется много судеб, либо признать, что наш персонаж «размножается», порождая каждое мгновение нового очень похожего индивида, но со своей судьбой.

В результате парменидовская наука и философия наделяют время странной способностью вмещать в себя огромное множество миров, — по одному миру на каждый момент времени, — в любом из которых имеется надлежащее количество вещества и энергии, происходят соответствующие конкретному моменту времени события, наличествует в полном объеме пространство со всеми своими атрибутами и т.д. Излишне говорить, что все это совершенно бездоказательно. Никаких эмпирических данных, свидетельствующих об этой удивительной способности времени, попросту не существует. Напротив, наш повседневный опыт свидетельствует против темпорального умножения миров, что выражено в принимаемом здравым смыслом утверждении: есть только настоящее, прошлого уже нет, будущего еще нет. Никто и никогда не был в состоянии воспринимать прошлое или будущее так, как воспринимается настоящее. Несмотря на всякого рода домыслы никаких достоверных данных в пользу обратного нет. Мы уже упоминали в первой главе, что еще Блаженный Августин обратил внимание на коренное отличие типов восприятия разных частей времени: память для прошлого, внимание для настоящего и ожидание для будущего. Однако принимаемая математика и логика заставляют ученых и философов не верить собственным ощущениям!

ЧАСТЬ II. СТАНОВЛЕНИЕ И СУЩЕСТВОВАНИЕ

Глава 4. Дискретное время

§1. Может ли пространство быть непрерывным, а время – дискретным?

В свое время Аристотель дал отрицательный ответ на поставленный в заголовке вопрос. Более того, по мнению Аристотеля, вообще не может быть так, чтобы пространство и время не были либо оба дискретными, либо оба непрерывными. В «Физике» им приводятся соответствующие аргументы, совокупность которых призвана доказать, говоря современным языком, теорему о том, что пространство непрерывно тогда и только тогда, когда время непрерывно, и, аналогичным образом, пространство дискретно тогда и только тогда, когда время дискретно. Мы попытаемся изложить основную идею аристотелевского доказательства, не претендуя при этом на полную аутентичность, ибо используемый Аристотелем язык таков, что, возможно, допускает различные способы прочтения и понимания текста. Последнее обстоятельство плохо совместимо с современными требованиями, предъявляемыми к доказательствам. Кроме того (и это самое важное), к настоящему моменту наука со времен Аристотеля далеко продвинулась в понимании природы непрерывного и дискретного, так что сейчас мы располагаем методами и результатами, позволяющими поставить проблему и решать ее при помощи точных методов.

Может возникнуть вопрос, так ли уж важно, что писал по этому поводу древнегреческий мыслитель, если современное состояние исследований проблемы непрерывного и дискретного ушло далеко вперед по сравнению с теми представлениями, которыми располагал Аристотель? У нас имеются два соображения, заставляющие обратиться к тексту «Физики» Стагирита. Во-первых, некоторым современным ученым аргументы Аристотеля кажутся вполне убедительными. Так А.Н.Вяльцев, ссылаясь на рассуждения Аристотеля, которые нам еще предстоит разобрать, утверждает, что дискретность пространства влечет дискретность времени и наоборот, поэтому «...Или оба они непрерывны, или оба дискретны. Третьего быть не может.»[59].

Во-вторых, как мы надеемся показать, пространство может быть непрерывным, а время дискретным (равно как и наоборот, но мы сосредоточим внимание на первой ситуации, поскольку она важнее в философском смысле и поскольку положительный ответ на вопрос о том, может ли пространство быть непрерывным, а время дискретным, влечет за собой обратное утверждение, т.е. утверждение, что время может быть непрерывным, а пространство дискретным). Важно подчеркнуть, что мы не собираемся настаивать на том, что Аристотель ошибался. Мы утверждаем, что ошибаются те, кто думает, что он был прав. Мощный понятийный аппарат, которым располагают современные исследователи и которого просто не было две тысячи лет назад, оправдывает «неравноправие» в отношении оценок утверждений древних и утверждений, отстаиваемых в наши дни.

Прежде чем обратиться к сути дела, предотвратим возможное недоразумение, связанное с тривиализацией проблемы. Одним из способов тривиализации является принятие дискретного механизма движения точечной частицы в непрерывном пространстве, который А.Н.Вяльцев назвал принципом возобновления или *реновации* частицы. Согласно этому принципу «...движение частицы происходит таким образом, что в некоторый начальный момент времени частица находится в начале пути, а по истечении элементарного промежутка времени оказывается в конце элементарного пути, причем не появляясь в промежуточных точках. Подобный способ движения, когда собственно перемещения-то и нет, а есть только результат перемещения, можно, очевидно, охарактеризовать как ряд последовательных исчезновений и рождений частицы...»[60].

Механизм «реновации» движущейся частицы не является решением проблемы, поскольку в этом случае движение хотя и осуществляется по непрерывному пространству, но сам процесс движения тела приводит в результате к *дискретному* множеству точек, так что, строго говоря, особой нужды в непрерывном пространстве здесь нет и его можно заменить соответствующим дискретным представлением.

Адекватная модель дискретного времени и непрерывного пространства должна, как нам представляется, удовлетворять, как минимум, следующим двум требованиям.

1. Результатом движения по непрерывному пространству в дискретные моменты времени должна быть непрерывная траектория. В противном случае свойство непрерывности пространства является избыточным.

2. Движущаяся точка не должна «размазываться» по непрерывному пространству. В любой момент дискретного времени координаты движущейся точки необходимо определять однозначно. В противном случае в процессе движения точка перестает быть точкой. Мы же, в соответствии с традицией, должны иметь возможность говорить именно о движении точки.

Второе требование прямо-таки напрашивается на возражение, связанное с квантово-механическими эффектами, в частности с принципиальной невозможностью измерять с любой точностью координаты движущегося тела. Тем самым, если тело (рассматриваемое как математический объект) есть множество точек, то не приходится спрашивать о точных координатах той или иной точки данной совокупности точек в данный момент времени. Это возражение, безусловно, было бы правомерным, если бы не одно обстоятельство, связанное с учетом традиции. Все-таки обсуждается проблема, имеющая более чем двухтысячелетнюю историю, и решать ее за счет отказа от самой постановки вопроса о том, где находится движущееся тело *A* в момент времени *t*, имея в виду *точное* местоположение тела *A*, значит порывать с традицией, не прибегавшей к формулировкам теоретико-вероятностного толка.

Более того, как следует из самого развития квантово-механических представлений, понятие непрерывного пространства не является необходимым атрибутом той картины мира, которую рисует нам квантовая механика. Отказ от понятия траектории движущегося тела делает свойство непрерывности пространства хотя и удобной в силу привычности, но все-таки не столь уж обязательной абстракцией.

После этих предварительных замечаний перейдем непосредственно к анализу позиции Аристотеля. Начнем с его тезиса о том, что непрерывность пространства влечет непрерывность времени. Прежде коснемся того, как Аристотель понимал непрерывность. В текстах Стагирита под термином «непрерывность» скрывается фактически несколько разных понятий. Но мы будем иметь дело только с тем из них, которое используется в рассуждениях о соотношении непрерывности и дискретности пространства и времени. «Я разумею под непрерывным то, — писал Аристотель, — что делимо на всегда делимые части»[61]. По современной терминологии это вообще не непрерывность, а более слабое требование, хотя и необходимое, но недостаточное для установления непрерывности в современном смысле этого понятия.

В теории множеств делимость целого на всегда делимые части обычно называют плотностью. Точнее, частично упорядоченное множество M называется *плотным*, если выполнено следующее условие:

$$\forall x \forall y((x < y \rightarrow \exists z(x < z \,\&\, z < y)).$$

(Подразумевается, что множество M наделено отношением строгого порядка, т.е. из $x < y$ следует $x \neq y$, и область действия кванторов ограничена множеством M.) С неформальной точки зрения это и есть условие, гарантирующее бесконечную делимость целого и его частей.

Следует отметить, что термин «непрерывный» многолик не только в текстах Аристотеля. Современная наука также использует его с различными вариациями, из которых мы выберем только одну, сопоставимую с понятием плотности в плане использования и в том, и в другом случае отношения упорядоченности.

Пусть множество P линейно упорядочено отношением $<$. Назовем *сечением* множества P пару множеств (X, Y), компоненты которой удовлетворяют следующим условиям:

$$X \cup Y = P,$$
$$X \cap Y = \varnothing,$$
$$\forall x \forall y(x \in X \,\&\, y \in Y \rightarrow x < y).$$

Если (X,Y) — сечение, то X называют *левым классом*, а Y — *правым классом* данного сечения. Сечение (X, Y) называется *собственным*, если $X \neq \varnothing \,\&\, Y \neq \varnothing$.

Выделяют следующие четыре вида сечений.

1. В левом классе X есть наибольший элемент x, а в правом классе Y есть наименьший элемент y; тогда сечение (X, Y) называют *скачком*.

2. В левом классе X есть наибольший элемент x, но в правом классе Y нет наименьшего элемента.

3. В левом классе X нет наибольшего элемента, но в правом классе Y существует наименьший элемент y.

4. В левом классе X нет наибольшего элемента, а в правом классе Y нет наименьшего элемента; тогда сечение (X, Y) называют *щелью*.

Линейно упорядоченное множество P называется *непрерывным*, если любое его собственное сечение не является ни скачком, ни щелью (иными словами, все собственные сечения множества P относятся к виду 2 или 3)[62].

Каким образом можно связать определенные выше понятия с интуитивными представлениями о дискретности и непрерывности? Обратимся к хорошо известным примерам линейно упорядоченных множеств[63]. Рассмотрим множество целых чисел Z. Очевидно, любое собственное сечение этого множества является скачком. С интуитивной точки зрения множество целых чисел образует классический пример дискретного множества, так что наличие скачков однозначно указывает на проявление дискретности объекта. И наоборот, если мы захотим выразить интуитивную идею дискретности, то в случае линейно упорядоченных множеств без сечений-скачков не обойтись.

Сложнее обстоит дело с множеством рациональных чисел Q. Как известно, данное линейно упорядоченное множество является плотным и, таким образом, с точки зрения Аристотеля должно быть отнесено к непрерывным образованиям. Однако отсутствие скачков в Q с позиции современных представлений свидетельствует лишь о том, что множество Q не может считаться дискретным. С другой стороны, и непрерывным его считать трудно, поскольку множество Q имеет щели. Последний факт также широко известен[64] и мы не будем на нем останавливаться.

Сами термины «скачок», «щель» в их обычном значении указывают на отсутствие свойства непрерывности, чем и объясняется выбор этих терминов в качестве названий соответствующих видов сечений. Но если ликвидировать все скачки и заклеить все щели, то тогда действительно можно получить непрерывный объект. При этом только скачки напрямую связаны с интуитивным представлением о дискретных образованиях, тогда как наличие щелей ассоциируется со своего рода промежуточной ситуацией, когда ни о дискретности, ни о непрерывности в собственном смысле речи не идет.

Примером множества, в котором все отклонения от непрерывности в виде скачков и щелей устранены, может служить множество действительных чисел R. Отметим, что данное множество непрерывно и в аристотелевском смысле, поскольку оно плотно и, таким образом, делимо на всегда делимые части[65]. Вообще, всякое более чем одноэлементное непрерывное множество P плотно. (Кстати говоря, все такие непрерывные множества бесконечны.)

В самом деле, в противном случае существуют $a,b \in P$, удовлетворяющие условиям $a \neq b$ и $\forall z(\neg(a < z < b))$. Тогда пара множеств (X,Y), где

$$X = \{x \mid x \in P \;\&\; (x < a \vee x = a\},$$
$$Y = \{y \mid y \in P \;\&\; (b < y \vee y = b\},$$

образует сечение линейно упорядоченного множества P. Нетрудно убедиться, что сечение (X,Y) является скачком, в противоречии с исходным допущением о непрерывности P.

Чтобы обеспечить должное согласование с терминологией Аристотеля и тех исследователей, которым его аргументация кажется убедительной, будем использовать тот факт, что непрерывное в выше введенном смысле является непрерывным и по Аристотелю. Обратное, однако, неверно: не все непрерывное в аристотелевском смысле будет удовлетворять введенному определению непрерывности.

Аристотель рассматривает следующую ситуацию. Допустим, маршрут, или как его называет Аристотель, путь *A* — это некоторый промежуток между местом *M* и городом Фивы[66]. Если кто-то в момент времени *t* находится в точке *M*, то его нет в Фивах в момент *t*, поскольку, как справедливо замечает Аристотель, «...невозможно сразу идти в Фивы и прийти в Фивы»[67]. Из этого следует, что момент времени прихода в Фивы t' неравен моменту начала движения *t*. Мы имеем дело с различными моментами времени, относящимися к началу движения и к его концу. На утверждении $t \neq t'$ строится все дальнейшее рассуждение. Отметим при этом, что сама мысль о том, что тело может находиться в один и тот же момент времени в различных местах, отвергается с самого начала. Тем самым соблюдено требование 2.

Допустим теперь, что время непрерывно. Следовательно, найдется момент времени t'', предшествующий моменту t' и наступивший позже момента *t*. Если путь *МФ* неделим (утверждение о не непрерывности пространства), то, спрашивается, где находится движущееся по пути *МФ* тело? Если в момент t' тело находится в *M*, то момент *t* не является началом движения, что противоречит посылке. Если же в момент t'' тело находится в Фивах, то t' не является концом движения, что также противоречит посылке. Так где же находится движущееся по пути *МФ* тело? Ясно, что в какой-то точке этого пути. Но эта точка не совпадает ни с точкой *M*, ни с точкой *Ф*. Остается единственная возможность — тело в момент t'' находится между точками *M* и *Ф* и тем самым путь *МФ* делим в противоречии с допущением о его неделимости. Итак, делимость времени влечет делимость пути, т.е. непрерывность времени влечет непрерывность пространства.

Рассмотрим противоположный случай. Допустим, путь *МФ* непрерывен, а интервал времени (t,t'), за который преодолевается путь *МФ*, неделим. Из непрерывности маршрута *МФ* следует его делимость. Рассмотрим отрезки *[М,А]* и *[А,Ф]*, составляющие в сумме путь *МФ*. В силу требования 1, неявно разделяемого Аристотелем, движущееся по маршруту *МФ* тело не может не побывать в точке *А* этого маршрута. В противном случае непрерывность движения по непрерывному пространству была бы нарушена появлением разрыва в точке *А* пути *МФ*. Так как, по Аристотелю, «...всякое движение происходит во времени и во всякое время может происходить движение...»[68] , в точке *А* пути *МФ* тело появилось в некоторый момент времени t''. Рассуждая как и в предыдущем случае, получаем, что $t \neq t''$ и $t'' \neq t'$. Действительно, попасть в точку *А* тело могло лишь двигаясь из точки *М*, но «всякое движение происходит во времени», т.е. не мгновенно. Следовательно, $t \neq t''$. Аналогичным образом преодоление пути *АФ* вновь потребует некоторого времени, так что $t'' \neq t'$, что и требовалось. Итак, непрерывность пространства влечет непрерывность времени. Соединяя оба результата, получаем, что время непрерывно тогда и только тогда, когда пространство непрерывно. Такова, на наш взгляд, главная линия аргументации Аристотеля.

В дальнейшем изложении мы будем заниматься только той частью проблемы, которая касается дискретности времени и непрерывности пространства. Но, как уже отмечалось, применяемые нами методы позволяют строить и модели универсума, в котором пространство дискретно, а время непрерывно.

Обратим внимание на одно обстоятельство: Аристотель при обосновании сформулированной выше эквивалентности нигде не говорит о том, что в последующие моменты времени движущееся тело проходит последующие точки пути. Может быть, он так думал или считал это предположение само собой разумеющимся – во всяком случае, явно он на него не ссылается. Между тем в наших построениях это обстоятельство будет одним из ключевых.

До сих пор основное внимание уделялось разъяснениям, относящимся к понятию непрерывности, а понятие дискретности оставалось в стороне. Пора восполнить этот пробел. Рассмотрим произвольное множество L, на котором определено отношение $<$, удовлетворяющее следующим условиям.

1. $\forall x \neg(x<x)$.
2. $\forall x \forall y \forall z(x<y \;\&\; y<z \to x<z)$.
3. $\forall x \forall y(x<y \vee y<x \vee x=y)$.

4. $\forall x(\exists y(y<x) \rightarrow \exists z(z<x \ \& \ \forall u \neg(z<u \ \& \ u<x)))$.

5. $\forall x(\exists y(x<y) \rightarrow \exists z(x<z \ \& \ \forall u \neg(x<u \ \& \ u<z)))$.

Тогда упорядоченная пара *(L, <)* называется *линейным дискретным множеством*.

Первые три аксиомы уже упоминались в предыдущей главе. Аксиомы 4 и 5 показывают, какими свойствами должен обладать линейный порядок на произвольном множестве элементов, чтобы его можно было считать дискретным. С интуитивной точки зрения предложенный формальный подход к описанию явления дискретности является удачным. Ведь содержательный смысл аксиом 4 и 5 заключается в том, что если элемент линейно упорядоченного множества имеет предшественников (в смысле данного порядка), то он имеет и непосредственного предшественника или соседа такого, что между ним и его предшественником нет никаких других элементов. Таково содержание аксиомы 4. Соответствующим образом и для любого элемента, имеющего последователя, найдется элемент, являющийся непосредственным последователем или соседом данного (так что соседний элемент — это либо непосредственный предшественник, либо непосредственный последователь данного элемента). Существование непосредственного последователя среди последователей рассматриваемого элемента, если таковые последователи вообще найдутся, гарантируется аксиомой 5.

Легко убедиться в том, что любое собственное сечение линейного дискретного множества является скачком или щелью. При этом в более чем одноэлементных линейных дискретных множествах сечения-скачки существуют всегда (тогда как собственных сечений-щелей может и не быть). Тем самым только что введенное понятие дискретности согласуется с разобранными выше соображениями о связи явления дискретности с существованием сечений-скачков.

Почему в определении дискретности речь идет о линейно упорядоченных множествах? По той простой причине, что время принято рассматривать как структуру, наделенную линейным порядком. Для любого момента времени t и любого момента времени t' считается, что либо t раньше, чем t', либо t' раньше t, либо $t = t'$. Напротив, пространство наделяется обычно большим, чем одно, измерением.

Тем не менее для того, чтобы не затемнять основную идею дополнительными техническими усложнениями, ограничимся в дальнейшем рассмотрением одномерного непрерывного пространства. При этом не произойдет существенной потери общности рассуждений: предлагаемый метод без особого труда может быть перенесен на случай пространств различных типов и размерностей, если есть основания считать эти пространства непрерывными.

Более того, предлагаемый метод сопряжения непрерывных пространств и дискретного времени позволит варьировать понятие непрерывности в очень широких пределах, оставляя, однако, понятие дискретности, которое было сформулировано выше, в полной неприкосновенности. Короче говоря, время в наших построениях будет гораздо более стабильным образованием, чем пространство.

Последнее замечание в действительности имеет программный характер. Как показывает анализ современной научной литературы по проблеме пространства и времени, без труда и раньше удавшееся умножение числа всевозможных пространств терпит явный провал при попытках умножить число времен. Зачастую этот факт завуалирован тем не всегда очевидным обстоятельством, что вместо времени, по существу, рассматривают какие-либо разновидности пространств. При таком обороте дела задача увеличить число рассматриваемых типов времен решается без особых хлопот[69] .

Вернемся к идее о том, что движущийся объект в последующие моменты времени проходит последующие точки пути. Мы предлагаем отказаться от этой идеи. Пусть, например, кто-либо движется из точки M в Фивы и в некий момент времени t оказался в точке A этого пути. Пусть также точка B расположена ближе точки A к пункту назначения Φ и путник оказался в B в момент времени t'. Так вот, мы не требуем, чтобы t' наступило позже момента t. Допускается, что хотя A дальше от города Фивы, чем B, но в A путник окажется *раньше*, чем в B.

Кажется, что само по себе это предположение абсурдно. На самом деле это не так, если рассматривать очень мелкие участки пути. Но даже и в сфере повседневной жизни на пути к цели, если для достижения этой цели требуется переместиться из пункта M в пункт Φ, очень часто приходится временно отступать: то ли сделать шаг назад, чтобы открыть заклинившую дверь, то ли подниматься кругами вместе с самолетом над аэродромом, оказываясь то ближе, то дальше от цели, то ли сдавать назад при попытке взять с разгона трудный участок дороги, то ли что-нибудь еще в этом роде. В конце концов, все живые существа, имеющие ноги, раскачиваются при ходьбе.

Неизвестно, насколько убедительны предыдущие не вполне серьезные соображения. Поэтому обратимся к формальному аспекту рассматриваемой ситуации. Возьмем какой-либо отрезок *МФ* одномерного пространства, которым для определенности будет множество обычным образом упорядоченных действительных чисел *R* вместе с функцией расстояний (метрикой) *p,* определенной на *R* и удовлетворяющей условию

$$\forall x \forall y(p(x,y) = |x-y|).$$

Тогда пара $<R,p>$ превращается в метрическое пространство, которое можно считать непрерывным на том основании, что функция *p* каждому непрерывному подмножеству *S* из *R* сопоставляет непрерывное множество значений расстояний между точками из S. Обозначим это пространство через R^1.

Можно ли описать движение на отрезке *МФ* при помощи времени, множество моментов которого упорядочено линейным дискретным образом? Если мы хотим, чтобы каждому моменту *t* такого времени *T* соответствовала точка на *МФ*, каждой точке на *МФ* соответствовал момент времени из *T* и при этом для любых t,t' при $t < t'$ расстояние между точкой *pt*, которая сопоставлена моменту *t*, и точкой *Ф* было больше, чем между точкой pt', сопоставленной моменту t', и точкой *Ф*, то ответ будет отрицательным. Действительно, установить между *МФ* и *T* отношение взаимно однозначного соответствия, сохраняющего порядок на этих множествах, невозможно. Убедимся в сказанном.

Допустим, существует функция *f*, взаимно однозначно отображающая *T* на *МФ* и удовлетворяющая условию

$$(\forall t,t' \in T)(t < t' \to f(t) < f(t')). \qquad (*)$$

(В антецеденте и консеквенте импликации (*) употреблен один и тот же значок «<» для обозначения отношений упорядоченности, тогда как в действительности слева и справа от стрелки «→» действуют *разные* отношения порядка; если помнить об этом, то никакой путаницы не произойдет.)

Так как *T* должно быть бесконечным линейным дискретным множеством (поскольку отрезок *МФ* пространства R^1 бесконечен), найдутся моменты времени t_1 и t_2 такие, что $t_1 < t_2$ и $\forall t(\neg(t_1 < t < t_2))$. Тогда из допущения (*) следует, что $f(t_1) < f(t_2)$, а из непрерывности отрезка *МФ* вытекает

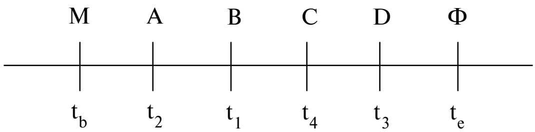
$$f(t_1) < a < f(t_2) \qquad (**)$$

для некоторого $a \in$ *МФ*.

Используя свойство взаимной однозначности функции *f*, получаем для обратной функции f^{-1} равенство $f^{-1}(a) = t$ для некоторого $t \in T$. Так как $\neg(t_1 < t < t_2)$, имеем четыре возможности: либо $t_1 = t$, либо $t_2 = t$, либо $t < t_1$, либо $t_2 < t$. Если $t_1 = t$, то $f(t_1) = f(t) = a$, что противоречит (**). При $t_2 = t$ получаем $f(t_2) = f(t) = a$, что вновь противоречит (**).

Оставшиеся два случая аналогичны. Из $t < t_1$ с использованием (*) следует, что $f(t) < f(t_1)$. Поскольку $a = f(t)$, получаем $a < f(t_1)$ в противоречии с (**). Точно так же из $t_2 < t$ и $a = f(t)$ вытекает неравенство $f(t_2) < a$, что снова противоречит (**).

Таким образом, приходится оставить надежды найти такой способ передвижения по непрерывному пространству R^1 в дискретные моменты времени, чтобы с каждым дискретным мгновением приближаться все ближе и ближе к концу пути. Но полученный отрицательный результат оставляет открытым вопрос о существовании не сохраняющих порядок взаимно однозначных отображений из подходящего линейного дискретного множества *T* на непрерывные отрезки или на интервалы пространства R^1. Для наглядности обратимся к следующему рисунку.



На рисунке схематически изображена часть дискретного механизма движения по непрерывному отрезку *МФ*. *В* начальный момент дискретного времени t_b движущийся точечный объект *s* находится в точке *M* отрезка *МФ*. Затем, в следующий за t_b момент времени t_1 *s* оказывается в точке *B*. Однако следующий шаг отбрасывает *s* назад: в момент t_2 *s* оказывается в точке *A* отрезка *МФ*. Далее *s* в моменты t_3 и t_4 последовательно посещает точки *D* и *C*.

Казалось бы, в непоказанный на рисунке момент времени t_5 частица *s* могла бы завершить движение, очутившись в точке *Ф* (так что было бы $t_5 = t_e$). В таком случае перед нами была бы изображена картина реновации частицы *s*, дополнительно усложненная, так сказать, попятными реновациями. Как мы помним, реновация в качестве принципа решения проблемы соотношения дискретного времени и непрерывного пространства была исключена с самого начала. Поэтому в момент t_5 частица *s* окажется где-то между точками *M* и *Ф*, но не в точке *Ф* (т.е. $t_5 \neq t_e$).

Более того, полное устранение идеи реновации возможно лишь в том случае, если будет реализован принцип *запрета незавершенного движения*, который вытекает из сформулированного вначале требования 1: *след движущейся дискретным образом частицы должен в итоге образовать непрерывную траекторию; в противном случае движение не завершено*.

Следовательно, отправившись в путь из пункта *M*, частица *s* должна побывать во всех точках какого-либо интервала $(M,A) \subset (M,\Phi)$, и лишь при условии выполнения равенства $A = \Phi$, на последнем шаге она может оказаться в пункте Φ. Так как любой интервал (A,B) пространства R^1 имеет мощность континуума, реализация запрета незавершенного движения означает, что множество моментов дискретного времени, требующееся для завершения начатого движения, также должно иметь мощность континуума.

Итак, проблема сводится к вопросу о существовании линейных дискретных множеств несчетных мощностей (в том числе и мощности континуума). Хотя поставленный вопрос явно имеет теоретико-множественный характер, ответ на него мы получим при помощи одной из теорем математической логики — теоремы Левенгейма — Сколема — Тарского. Согласно этой теореме, если первопорядковая теория *Th* имеет бесконечную модель, то она имеет бесконечные модели произвольной мощности[70].

Понятие линейного дискретного множества было задано при помощи средств, не выходящих за рамки первопорядковой логики предикатов. Поэтому если взять приведенные выше пять аксиом, описывающих свойство линейной дискретности, в качестве аксиом теории *TL* , то к *TL* будет применима теорема Левенгейма — Сколема — Тарского. Необходимо только убедиться, что *TL* имеет бесконечную модель. Сделать это несложно: достаточно проверить, что, например, множество целых чисел *Z* является линейным дискретным множеством. В силу этого *Z* может рассматриваться как модель первопорядковой теории *TL*. Поскольку *Z* бесконечна, *TL* по теореме обладает моделями произвольной бесконечной мощности, в том числе и мощности континуума. Пусть теперь множество *T* является моделью теории *TL* и имеет мощность континуума. Так как любая модель теории *TL* является линейным дискретным множеством, Т — линейное дискретное множество мощности континуума, что и требовалось.

Остается преодолеть небольшое техническое затруднение, связанное с необходимостью начать движение в момент t_b в точке *M* отрезка $[M,\Phi]$ и закончить его в момент t_e в точке Φ того же отрезка. Казалось бы, раз непрерывный отрезок $[M,\Phi]$ пространства R^1 имеет одинаковую мощность с дискретным множеством *T*, существует взаимно однозначное отображение f из T на $[M,\Phi]$, которое может быть взято в качестве формального описания движения частицы s по отрезку $[M,\Phi]$. Но если множество T, подобно множеству Z, не имеет начального и конечного элементов, с содержательной точки зрения оно не в состоянии выполнить эту роль.

Поступим следующим образом. Добавим к теории TL две новые аксиомы, утверждающие существование начального и конечного элемента, сузив таким образом класс линейных дискретных множеств:

$$6.\ \exists x \forall y (x \neq y \rightarrow x < y),$$

$$7.\ \exists x \forall y (x \neq y \rightarrow y < x).$$

Полученная теория TL' также имеет бесконечные модели. В качестве модели, например, может быть взято любое множество, упорядоченное по типу $\omega+\omega^*$. Этот порядковый тип можно представлять себе как множество положительных целых чисел, к «концу» которого добавлено множество отрицательных целых чисел. Такая совокупность является линейным дискретным множеством, обладающим начальным и конечным элементом и имеющим бесконечную мощность. Вновь применяя теорему Левенгейма — Сколема — Тарского, получаем линейное дискретное множество T' с первым и последним элементом, имеющее мощность континуума и являющееся моделью теории TL'.

Если отбросить из множества T' первый и последний элементы (обозначим их через t_b и t_e соответственно), остаток T'' по-прежнему будет линейным дискретным множеством и будет иметь мощность континуума. Следовательно, существует взаимно однозначное отображение f'' из T'' на непрерывный интервал (M,Φ). Расширим функцию f'' до функции f', определенной на T' и удовлетворяющей условиям

$$f'(t) = f''(t), \text{ если } t \in T'',$$

$$f'(t_b) = M,$$

$$f'(t_e) = \Phi.$$

Определенная таким образом функция f' является взаимно однозначным отображением множества T' на отрезок $[M,\Phi]$ и удовлетворяет всем требованиям описания движения по непрерывному пространству в дискретные моменты времени. Это означает, что получен утвердительный ответ на вопрос о том, может ли пространство быть непрерывным, а время — дискретным.

§2. Дискретное время и интуиция

Описанный механизм движения можно наглядно вообразить, представив себе, что мы рисуем линию карандашом, настолько тонко заточенным, что на его острие помещается лишь одна математическая точка. След от движения такого карандаша должен образовать искомую линию — скажем, линию *МФ*. Мы не в состоянии гладко и плавно осуществить этот процесс. Действительно, первый шаг заключается в том, что острие карандаша помещается в точку *М*. Но каков будет следующий шаг? Начертить всю линию за одно мгновение не удастся. Изобразить какую-то ее непрерывную часть тоже — ведь если допустить, что можно мгновенно рисовать небольшие непрерывные кусочки линии, то непонятно, что мешает изобразить ее сразу целиком.

Выход состоит в том, чтобы не пытаться создавать всю линию или ее часть, также являющуюся линией, за один шаг. Вместо этого мгновенно перенесем карандаш из точки *М* в любую другую точку интервала *(М,Ф)*. Повторив эту операцию трансфинитное число раз, мы увидим, как из дискретного множества точек постепенно возникает непрерывная линия. На последнем шаге, естественно, карандаш оказывается в точке *Ф*, завершая процесс рисования. Таким образом, линия возникает в результате серии мгновенных скачков. Получается, что континуум мало напоминает гладкую дорогу. Движение по нему скорее похоже на движение по сильно пересеченной местности.

Вместо карандаша, рисующего линию, можно рассмотреть путника, например Ахилла, преодолевающего континуальный отрезок пути. При этом, если верно сказанное во 2 параграфе 2 главы, движение черепахи никак не мешает двигаться Ахиллу, равно как и наоборот. Тем самым введение несчетного отрезка линейного дискретного времени с первым и последним моментом позволяет уйти от парадоксов, возникающих в апориях «Ахилл» и «Дихотомия», с соблюдением следующих условий:

1. движение начинается в точке начала пути;
2. движение заканчивается в точке конца пути;
3. движущееся тело побывает во всех точках пути;
4. для всякой точки пути (за исключением последней) можно указать точку, в которой движущееся тело окажется в следующий момент дискретного времени;

5. для всякой точки пути (за исключением первой) можно указать точку, в которой движущееся тело находилось в предыдущий момент дискретного времени;

6. в процессе движения движущееся тело оказывается то дальше, то ближе от точки начала пути.

Эти рассуждения можно повторить по отношению к совокупностям, упорядоченным по типам $\omega+1$ и $1+\omega^*$, которые так же, как и непрерывные отрезки, имеют прямое отношение к апориям «Ахилл» и «Дихотомия» соответственно (в каждой из совокупностей первый элемент есть пункт начала пути, а последний — его конечный пункт). Вновь, как и в случае континуума, вообразить процесс пошагового получения этих совокупностей элемент за элементом, *с учетом порядка на них*, логически невозможно. При отображении *счетного* линейного дискретного множества моментов времени, имеющего первый и последний элемент, на эти совокупности неизбежно на каких-то шагах будет нарушен порядок прохождения элементов (наряду с движениями от предыдущих точек к последующим придется вводить скачки от последующих точек к предыдущим, что отражено в пункте 6). Эта альтернатива, как уже указывалось во 2 параграфе 2 главы, не принималась во внимание исследователями апорий Зенона.

Таким образом, множества типов $\omega+1$ и $1+\omega^*$ могут выступать в качестве пространственных образований, однако поскольку эти множества, будучи линейно упорядоченными, не являются дискретными (в силу нарушения либо 4, либо 5 аксиомы дискретности), они не имеют отношения к дискретному времени. Что касается множеств типов ω и ω^*, то они являются линейными дискретными совокупностями, что позволяет использовать их в качестве временных, но не пространственных структур. Действительно, если бы путь был представлен множеством типа ω или типа ω^*, то в первом случае не было бы последней точки пути, а в последнем — первой точки, что нарушало бы условия 1 и 2.

Подчеркнем, что возражение, согласно которому для преодоления в дискретные моменты времени пути $\omega+1$ или $1+\omega^*$ надо завершить прохождение якобы незавершаемых в принципе частей пути ω или ω^* соответственно, бьет мимо цели, поскольку мы в явном виде — в силу пункта 6 — отказываемся от требования соблюдения пространственного порядка точек пути. Действительно, ω и ω^* являются в рассматриваемой ситуации частями путей $\omega+1$ и $1+\omega^*$ и должны быть, по условию, пройдены. Они и будут пройдены при помощи описанного механизма, только при этом порядок их прохождения не будет повторять порядки типа ω или ω^*.

Разумеется, если настаивать, что

(*) *в последующие моменты времени проходятся последующие точки пути*

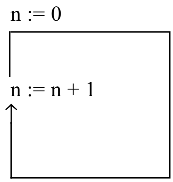
(идет ли речь о континуальных отрезках или о счетных множествах точек), т.е. если отказаться от выше приведенного пункта 6, то мы вновь очутимся в тисках противоречия между чувственной данностью движения и невозможностью его теоретического описания. Но стоит ли настаивать на (*)? Что касается нас, то мы поступаем прямо противоположным образом, не просто отбрасывая требование (*), а подвергая его отрицанию и принимая условие ¬(*). При этом нет нужды прибегать к поистине жалкому оправданию, что, дескать, у самого Зенона нет прямых указаний на необходимость принятия (*). Даже если с историко-философской точки зрения это не так, даже если есть основания утверждать, что Зенон исходил в числе прочего из (*) как из незыблемого постулата, все это не меняет сути поставленной им проблемы. Ведь если в системе утверждений возникают парадоксы, от чего-то в ней все равно придется отказаться, коль скоро мы принципиально не хотим мириться с противоречиями.

Другой вопрос, адекватны ли предлагаемые решения парадоксов исходной постановке проблем настолько, насколько это возможно при наличном уровне знаний? Исходная постановка вопросов, приведшая к формулировке апорий, коренилась не в постмодернистском желании эпатировать образованную публику, а в действительно возникающих трудностях постижения пространства, времени и движения. Скажем поэтому несколько слов о соотношении описанного механизма движения и реальности. Не является ли этот механизм всего лишь забавной игрушкой, заведомо не имеющей аналогов в объективной действительности? Как ни удивительно на первый взгляд, не существует способа опровергнуть предложенное описание движения посредством эксперимента, если допускается непрерывность пространства, поскольку при этом всегда остается возможность дальнейшего уменьшения пространственных интервалов, в которые происходят дискретные скачки вперед и назад в ходе движения. Эти интервалы могут быть настолько малы, что разрешающая способность физических приборов окажется недостаточной. С другой стороны, вполне возможно, что дискретное описание механизма движения найдет экспериментальное подтверждение. Кажется, квантовая механика дает основания так думать.

Подчеркнем, что мы не претендуем на какую-либо окончательность предлагаемой концепции. Во-первых, мы не сомневаемся, что в будущем удастся достичь большей глубины понимания апорий. Во-вторых, в рамках уже изложенного без ответа остаются многие естественным образом возникающие вопросы. Так было бы желательно объяснить различия в *скорости* движущихся в дискретные моменты времени тел. Как ввести в теорию понятие скорости — далеко не очевидно. По-видимому, здесь возможны варианты. Один из них связан с интуитивным представлением о существовании более эффективных и менее эффективных способов пересчета. Ведь движение описывалось, по сути, как некий трансфинитный пересчет точек пространства. Не означает ли это, что более быстрое (Ахилл) обгоняет более медленное (черепаха) посредством применения лучшего алгоритма трансфинитного счета? К сожалению, этот круг проблем мы вынуждены оставить в стороне.

Еще один вопрос, пока остающийся без ответа, связан с уточнением идеи движения как процесса. Строго говоря, выше приведенное описание движения носит интуитивный характер, поскольку формально структура дискретного времени всецело остается в рамках статики. Другое дело, что дискретность времени позволяет нам подключить интуицию процессуальности, ибо все, что требуется от процесса с интуитивной точки зрения — это возможность на каждом шаге (если этот шаг не первый и не последний в серии процессуальных актов) указать непосредственно предшествующий и непосредственно последующий шаги. В конечном случае никаких проблем в этой связи не возникает (если отвлечься от вопроса о реализуемости произвольно большого конечного числа шагов; но это особый вопрос). Но в случае, например, несчетных линейных дискретных множеств неизбежно возникают точки (элементы таких множеств), между которыми находится бесконечное количество точек-элементов. В рассмотренной в предыдущем параграфе ситуации для перехода от старта к финишу потребовалось бы совершить несчетное число дискретных шагов. Осуществимо ли это хотя бы с позиции непротиворечивости утверждения о возможности подобных процессов?

Представим себе, что параллельно скачкам от одной точки пространства к другой в дискретные моменты времени осуществляется подсчет сделанного числа шагов посредством процедуры прибавления единицы к предыдущему значению. Ясно, что если число уже сделанных шагов конечно и равно n, то номер текущего шага конечен и равен n+1. А что получится, если число уже сделанных шагов бесконечно? Чему оно тогда равно, не возникнет ли противоречий с утверждениями арифметики? Вспомним в этой связи машину Г.Вейля[71]. В каком состоянии будет она находиться по истечению первой минуты?



Ответы на подобные вопросы трудно дать на основе интуитивных представлений. Даже привлечение точных математических методов оставляет ситуацию неопределенной. В самом деле, если считать натуральный ряд *единственным*, то каждое натуральное число (за исключением 0) получается из 0 в ходе *конечного* процесса прибавления 1 к предыдущему результату. Тогда предположение о том, что процесс прибавления 1 к *ранее полученным* натуральным n в ходе изображенного на рисунке цикла *проделал бесконечное число шагов* (это означало бы, что имеются моменты времени, бесконечно удаленные от начала процесса), ведет к противоречию: 0 — число конечное и, если n — конечно, то и n + 1 также конечно; отсюда в силу *принципа математической индукции* все числа конечны. Но число, полученное в ходе бесконечного количества прибавлений 1, будет содержать бесконечное число единиц и потому не может быть конечным. Мы уже видели в 3 параграфе 2 главы, что принцип математической индукции за пределами привычных математических понятий иногда приводит, мягко говоря, к странным следствиям. В рассматриваемой ситуации обыденная научная интуиция, исходящая из идеи единственности натурального ряда, безоговорочно решит вопрос в пользу принципа математической индукции и отбросит саму возможность осуществления трансфинитного процесса прибавления единицы. Кстати, примерно так рассуждали математики в до теоретико-множественную эпоху. Им казалось, что идея бесконечного числа как таковая ведет к противоречиям.

Появление теории множеств ввело в математический обиход представление о трансфинитных ординальных и кардинальных числах. Однако следует иметь в виду, что, скажем, наименьшее трансфинитное число ω получается отнюдь не прибавлением 1 к какому-то предыдущему числу[72], так что и в современной теории множеств отвергается возможность получения какого-либо конкретного числа в ходе дискретного трансфинитного процесса прибавления 1. Точнее, мыслится возможным осуществление *всех* актов прибавления 1 к ранее полученным натуральным числам. Хотя таких актов *бесконечно* много, каждый из них приводит к *конечному* числу. Далее вводится первое бесконечное число ω, которое превосходит любое из натуральных чисел. Поскольку $\forall n(\omega \neq n+1)$, ω не может быть порожден прибавлением единицы к какому-либо натуральному числу. Затем возникает новый ряд трансфинитных чисел, который нередко записывают в виде $\omega = \omega+0, \omega+1, \omega+2, \ldots, \omega+n, \ldots$. Однако речь уже не идет об обычном арифметическом сложении. Если любое натуральное число n можно представить в виде суммы n единиц ($1=1$, $2=1+1$, $3=1+1+1\ldots$), то ни одно трансфинитное число вида $\omega+n$ не представимо таким образом. В частности, число ω не есть сумма бесконечного числа единиц $1+1+1+\ldots+1+\ldots$. Более того, такое бесконечное суммирование в классической математике просто лишено смысла.

Между тем мы имели в виду как раз такого рода суммирование, раз допускали *осуществление* бесконечного дискретного числа шагов прибавления 1 к определенному шагу N. Тогда и число, получающееся в ходе этого процесса, уместно обозначить через N. Ясно, что N является бесконечным числом. Затем можно продолжать, получая последовательно $N+1$, $N+1+1$, $N+1+1+1$ и т.д. Все это еще можно было бы истолковать в духе классики, но — и в этом коренное отличие данных построений от стандартных — мы считаем, что каждое число, порождаемое рассматриваемым дискретным трансфинитным процессом, получается из предыдущего посредством прибавления 1. Таким образом, для *любого* N запись $N-1$ указывает на это предыдущее строго меньшее число (т.е. $N-1 < N$), тогда как в стандартной теории бесконечных чисел не для любого числа α выполняется $\alpha-1 < \alpha$. Например, записи $\omega-1$ можно придать лишь тривиальный смысл $\omega-1 = \omega$. Этим обстоятельством объясняется тот факт, что в классической теории множеств операция вычитания (равно как и деления, ввиду $\omega/2 = \omega$ и т.п.) не определяется для трансфинитных чисел[73].

Оправдать такие нестандартные построения нельзя при сохранении принципа математической индукции (выше было показано, что в противном случае будет доказуемо, что все натуральные числа конечны). На самом деле принципом математической индукции в данной ситуации пользоваться просто нельзя. Если очередное N конечно, то конечным будет и число N+1. Поэтому предположение о том, что имеется *наименьшее* бесконечное число N (полученное, стало быть, из конечного числа M=N-1), противоречиво. Значит, подмножество всех бесконечных чисел не будет иметь первого элемента, т.е. все множество чисел не будет вполне упорядоченным. Но принцип математической индукции верен лишь для вполне упорядоченных множеств, поэтому здесь пользоваться им нельзя.

Полученный ряд натуральных чисел (точнее, начальный отрезок некоего натурального ряда, поскольку мы не предполагаем, что в ходе описанного процесса порождается *весь* ряд) отличается от стандартного, и потому мы приходим к идее о не единственности натурального ряда. Мы привели краткое обоснование существования нестандартных натуральных чисел, опираясь на интуицию процесса порождения чисел, протекающего в линейном дискретном времени, в котором имеются моменты, бесконечно удаленные от начала процесса. Однако, во-первых, мы не уверены, что другие имеют интуитивные представления, сколько-нибудь сходные с нашими, и, во-вторых (что важнее), интуитивная уверенность может подвести. Необходимо построить строгую теорию процессов, протекающих в линейном дискретном времени[74].

Глава 5. Абстрактная вычислимость и язык программирования АВТ

§1. Эффективная вычислимость. Границы применимости

Как реальные, так и абстрактные вычислительные машины, созданные или придуманные к настоящему времени, плохо приспособлены для решения задачи моделирования процессуальной, динамической стороны окружающего нас мира. Чтобы убедиться в сказанном, попробуем осуществить сравнение возможностей моделирования процессов на реальных ЭВМ и идеальных вычислительных устройствах (типа машины Тьюринга или машины с неограниченными регистрами[75]), используемых для уточнения идеи эффективной вычислимости.

В качестве основы для сравнения возьмем три группы свойств, определяющих границы применимости компьютеров указанных типов при описании процессов.

I. Синтаксические ограничения.

II. Ограничения по памяти.

III. Ограничения на порядковые типы процессов.

Перейдем теперь к свойствам внутри каждой из перечисленных групп.

I.1. *Синтаксическая сложность.* Программирование как реальных, так и абстрактных компьютеров — это почти всегда нагромождение синтаксических конструкций для выражения самых простых вещей. Например, в Паскале вы не должны писать X:=Y, если X имеет тип INTEGER (целого числа), а Y — тип REAL (действительного числа). Вместо этого приходится писать X:=TRUNC(Y), где «TRUNC» — функция преобразования типа REAL в тип INTEGER. Предметом особой гордости разработчиков системы «Турбо-Паскаль» служит наличие в этой системе не одного, как в стандартном Паскале, а нескольких целочисленных и вещественных типов, что тоже отнюдь не упрощает синтаксис. В других языках программирования дела обстоят не лучшим образом. Не лучше они и в случае программирования абстрактных вычислительных машин, программы для которых скорее напоминают программы на ассемблере, чем программы на языках высокого уровня. Возьмем в качестве примера программу для машины с неограниченными регистрами, складывающую два целых числа X и Y: I_1 J(3,2,5); I_2 S(1); I_3 S(3); I_4 J(1,1,1). Излишне говорить, что программы, описывающие менее тривиальные процессы, чем процесс сложения, будут содержать более длинные и труднообозримые цепочки команд.

I.2. *Непрозрачность синтаксиса.* Данный вид ограничений свойственен только языкам программирования высокого уровня. Как правило, инструкции этих языков включают в себя последовательность зачастую разноплановых логических действий. Так сплошь и рядом применяемая операция присваивания, например в виде X:=0, содержит в себе две логически разных операции — уничтожение старого значения X и размещение в соответствующих регистрах нового значения (нуля). После этого прежнее значение X теряется. В то же время, операция копирования файлов (что-нибудь вроде COPY A B) в приличных операционных системах в случае, если файл B уже существует, сообщит об этом и попросит подтвердить решение о выполнении операции копирования. Тем самым команда «COPY» разделяет акты уничтожения файла B и создания нового файла с тем же именем.

II.1. *Количество регистров конечно.* Это ограничение неизбежно для реальных ЭВМ. В то же время идеальные компьютеры могут иметь бесконечное количество ячеек памяти. Однако при этом память таких машин, как машина Тьюринга и машина с неограниченными регистрами, является счетно бесконечной, что достаточно для уточнения понятия алгоритма. Таким образом, и реальным, и рассматриваемым абстрактным компьютерам присуще следующее ограничение:

II.2. *Количество регистров не более чем счетно.*

II.3. *Каждый регистр конечен.* Смысл II.3 в том, что в каждом регистре может содержаться объект из некоторого конечного множества объектов. Для реальных ЭВМ это всегда так. Однако абстрактные компьютеры свободны от данного ограничения: так в ячейке машины с неограниченными регистрами может содержаться любое положительное целое число из бесконечного множества таких чисел N.

Рассматриваемое ограничение имеет интересное следствие. Если $n, m \in N$, n — количество регистров и m — количество объектов, которые могут быть размещены в каждом из регистров, то в процессе выполнения любого бесконечного цикла через самое большее $k=m^n$ шагов распределение объектов в памяти компьютера обязательно повторится. В дальнейшем ничего нового в памяти не появится. Все, что будет, уже было — бесконечный цикл на машине со свойством II.3 приводит к *вечному возвращению*[76] , о котором с таким вдохновением писал Ф.Ницше. На машине с неограниченными регистрами, напротив, легко организовать бесконечный цикл без вечного возвращения (например, выполнять в цикле присваивание R0:=R0+1, где R0 — нулевой регистр; ввиду отсутствия ограничения типа II.3 результатом такого цикла будет появление в нулевом регистре все новых и новых натуральных чисел).

III.1. *Каждый процесс имеет начало*. Это верно как для реальных, так и для рассматривавшихся до сих пор абстрактных вычислительных машин. Между тем a priori утверждать, что все процессы действительного мира имеют начало, нет оснований.

III.2. *Актуальная конечность числа шагов*. На каждом шаге вычислений количество уже проделанных шагов конечно. Даже бесконечный цикл в этом случае лишь потенциально бесконечен. Данное ограничение выполняется как для реальных, так и для упомянутых абстрактных компьютеров. Отметим, что III.2 влечет III.1.

Подведем итог. Реальным компьютерам свойственны все виды перечисленных выше ограничений, тогда как существующим эффективным абстрактным вычислительным машинам присущи все порядковые ограничения, одно ограничение синтаксического характера (I.1) и одно ограничение по памяти (II.2). Таким образом, абстрактные компьютеры менее ограничены в своих возможностях, чем реальные ЭВМ. Тем не менее рассмотренный список свойств показывает, что и они мало пригодны для моделирования нетривиальных процессов, связанных с проблемами времени, движения и истории. Эти процессы требуют простых, но более мощных методов вычислений. Причем требование эффективности вычислений не только не является обязательным, но и в целом ряде случаев неуместно[77].

Обобщения понятия вычислимости, достигнутые за счет отказа от обычной эффективности, представлены в литературе несколькими подходами, из которых упомянем два. Первый связан с рекурсией в высших типах, а второй — с теорией α-рекурсии, где α — некоторый подходящий ординал[78]. Как признают А.Кекрис и Я.Московакис, рекурсия в высших типах трудна для понимания (отметим, что авторы обращаются к математикам, а не, скажем, к философам) и сложна технически[79]. Данное обстоятельство исключает плодотворные приложения обобщенной теории рекурсии к анализу философских проблем, если мы признаем стремление к ясности и (относительной) простоте решений, обязательным в области философии. Кроме того (и это главное), эти обобщения исходят из стремления получить аналог обычной теории рекурсии, и в этой связи упор делается на обобщение идеи *эффективности*.

Между тем суть дела состоит в том, что не всякое обобщение идеи вычислимости удовлетворительно с концептуально-философской точки зрения. Мир, в котором мы существуем, является совокупностью разного рода процессов, большинство из которых трудно отнести к эффективно организованным. В подтверждение сказанного достаточно вспомнить о феномене, как правило, ускользающем от внимания логиков. Речь идет об *истории*, фундаментальной особенностью которой, часто некритически принимаемой за определение истории, оказывается отнесенность к прошлому. Но не в нашей власти написать историю будущего. Поэтому мы *вынуждены* писать историю прошлого, будучи уверенными, однако, что история не дописана, что она продолжится в будущем. У нас нет даже намека на возможность эффективного предсказания исторических фактов будущего в той их целостности, которая образует историческое описание. Имея в арсенале знания законы, многое ли в действительности можно предвидеть? Не очевидно ли, что в действительности основная масса процессов, составляющих историю, находится за пределами требования эффективности описаний? История — это, несомненно, процесс. Но это *неэффективный* процесс. Значит, необходима *теория неэффективных процессов*.

Хотелось бы, кроме того, иметь такую теорию неэффективной вычислимости, в которой любой процесс *локально* вел бы себя как обычный вычислительный процесс: процессы должны состоять из шагов, каждый из которых (если он не первый и не последний) выполняется при условии, что выполнен непосредственно предшествующий шаг и что выполнение очередного шага вызывает осуществление непосредственно следующего шага. Между тем в рамках рассматриваемых обобщений понятия вычислимости допустимы, например, процессы, содержащие $\omega+1$ число шагов. В качестве иллюстрации можно привести решение проблемы останова обычной машины на обобщенной машине, которое потребует как раз $\omega+1$ шагов[80]. Последний шаг при таком понимании налицо, однако нельзя указать тот конкретный шаг, осуществление которого детерминировало выполнение последнего шага.

§2. Неэффективная вычислимость. Синтаксис и семантика языка АВТ

В предлагаемом подходе к вычислимости исходными будут понятия *события* и *процесса*. Условимся считать, что события не протекают во времени и фиксируются предложениями логики предикатов первого порядка, теории множеств и теории моделей, не содержащими ссылок на время. В отличие от событий, процессы протекают во времени и способны влиять на события в том смысле, что актуальное множество событий (событий, существующих «теперь») изменяется в ходе реализации процесса. Постулируется существование множества *элементарных* процессов, каждый из которых выполняется за один шаг абстрактной вычислительной машины. Остальные процессы считаются составленными из элементарных. В рамках неэлементарного процесса π выполнение элементарного процесса α в данное время образует шаг вычислений, отличный от шага выполнения этого же элементарного процесса α в другое время. Различать время выполнения элементарных процессов в ходе реализации некоторого составного процесса удобно при помощи приписывания индексов элементарным процессам. Так, если зафиксировать составной процесс π и элементарный процесс α, входящий в π, то α_i, α_j — выполнение α во время i и во время j, где как время i, так и время j затрачивается на выполнение процесса π. В рамках π при $i \neq j$ процесс α считается выполненным дважды в разное время; если же $i=j$, речь идет об одном и том же выполнении элементарного процесса α.

Для всех процессов должны выполняться аксиомы теории *TL* (см. §1 гл.4), т.е. аксиомы линейной дискретности. При этом значениями квантифицируемых переменных являются индексированные элементарные процессы. Таким образом, с нашей точки зрения, *процесс* — это линейная дискретная последовательность индексированных элементарных процессов.

Введем в рассмотрение идеальные (в противоположность реальным) вычислительные устройства — абстрактные компьютеры. Каждый абстрактный компьютер @ представляет из себя упорядоченную пару вида <Mm, Pr>, где Mm — память компьютера @, в которой размещаются результаты вычислений, и Pr — процессор, осуществляющий необходимые вычисления. Поскольку термин «вычисление» нами трактуется предельно широко, на размеры памяти Mm и возможности процессора Pr не накладывается никаких ограничений, связанных с требованиями финитности, конструктивности, алгоритмичности и т.п. Вместо этого будем считать, что абстрактные компьютеры способны совершать любые преобразования, допустимые в рамках теории множеств и теории моделей, и именно в этом смысле понимать термин «вычисление» применительно к абстрактным компьютерам. Важно, однако, чтобы последовательность таких преобразований была линейной дискретной последовательностью шагов, т.е. была процессом в нашем смысле.

В качестве памяти абстрактных компьютеров разрешается использовать любые непустые множества произвольной мощности. В частности, память Mm компьютера @ = <Mm, Pr> может иметь несчетную мощность.

По определению, Mm(S) — подмножество множества Mm, указывающее, как много регистров или ячеек памяти (элементов Mm) ушло на размещение объекта (множества) S:

(a) $$\mathrm{Mm(S)}\subset\mathrm{Mm}$$

Правило вычисления мощности множества Mm(S) должно учитывать мощностные характеристики размещаемых в памяти множеств. Естественно предположить, например, что множество $\{\varnothing\}$ займет меньшее место в памяти, чем множество $\{\varnothing,\{\varnothing\}\}$, т.е. должно быть $|\mathrm{Mm}(\{\varnothing\})| < |\mathrm{Mm}(\{\varnothing,\{\varnothing\}\})|$. Казалось бы, следует принять правило

$$|\mathrm{Mm(S)}| < |\mathrm{Mm(S')}| \Leftrightarrow |\mathrm{S}| < |\mathrm{S'}|\ ,$$

однако все не так просто. Следование приведенному правилу приводило бы к интуитивно неприемлемым выводам. Так получилось бы, что

$$|\mathrm{Mm}(\{\omega\})| < |\mathrm{Mm}(\{\varnothing,\ \{\varnothing\}\})|\ ,$$

поскольку $|\{\omega\}| < |\{\varnothing,\ \{\varnothing\}\}|$. Но единственным элементом множества $\{\omega\}$ является бесконечное множество ω, тогда как оба элемента множества $\{\varnothing,\ \{\varnothing\}\}$ конечны и гораздо более просто устроены, чем множество ω.

Чтобы избежать подобных недоразумений, определим множество E(S), зависящее от множества S, следующим образом.

E(S) есть *наименьшее* (в смысле отношения включения $\subset$) множество, удовлетворяющее условиям (b) и (c):

(b) $$\mathrm{S} \in \mathrm{E(S)},$$

(c) $$\forall x \forall y(x \in y\ \&\ y \in \mathrm{E(S)} \to x \in \mathrm{E(S)}).$$

Теперь положим

(d) $$\mathrm{Mm(S)} \neq \varnothing \to |\mathrm{Mm(S)}| = |\mathrm{E(S)}|.$$

Почему не ограничиться равенством $|\mathrm{Mm(S)}| = |\mathrm{E(S)}|$, зачем здесь условие $\mathrm{Mm(S)} \neq \varnothing$? Данное условие возникло из естественного допущения, согласно которому разместить какой-либо объект в памяти компьютера, не затратив при этом части ресурсов памяти, невозможно. Даже размещение в памяти простейшего теоретико-множественного объекта — пустого множества — приведет к ее трате. Действительно, согласно пункту (b) $\varnothing \in E(\varnothing)$, поэтому $E(\varnothing) \neq \varnothing$. Вообще для любого множества S $E(S) \neq \varnothing$. Однако множество Mm(S) есть множество регистров памяти Mm, потраченных на размещение множества S. А если в действительности объект S не был размещен в памяти Mm? Тогда естественно считать, что для размещения S не была использована ни одна из ячеек памяти, т.е. что $Mm(S) = \varnothing$.

Короче говоря, объект S размещен в памяти Mm, если и только если $Mm(S) \neq \varnothing$. Если же $Mm(S) = \varnothing$, объект S в памяти Mm отсутствует. Теперь должно быть понятно, почему условие (d) приняло импликативный вид: сравнивать множество Mm(S) с множеством E(S) имеет смысл лишь в том случае, когда S находится в памяти Mm.

В свою очередь, консеквент импликации (d) гарантирует нам, что на размещение в памяти компьютера, например, двух одноэлементных множеств $\{\varnothing\}$ и $\{\omega\}$ уйдет различное количество ресурсов памяти: если $Mm(\{\varnothing\}) \neq \varnothing$ и $Mm(\{\omega\}) \neq \varnothing$, то в первом случае придется потратить две ячейки памяти, тогда как во втором бесконечное количество ячеек. Но так и должно быть, поскольку одноэлементное множество $\{\omega\}$ содержит в качестве элемента бесконечное множество.

Последнее условие, налагаемое на множества вида Mm(S), касается проблемы размещения в памяти двух и более объектов. Если необходимо поместить в память Mm множества S и S' (за один шаг или последовательно, множество за множеством), будем считать, что они займут непересекающиеся области памяти Mm, если только эти множества различны:

(e) $$S \neq S' \rightarrow Mm(S) \cap Mm(S') = \varnothing.$$

Если же $S = S'$, то, само собой разумеется, $Mm(S) = Mm(S')$. Как тогда быть, если необходимо разместить в памяти один и тот же объект в нескольких копиях? Выход прост: достаточно проиндексировать тем или иным способом требующееся количество экземпляров, а затем разместить их в памяти компьютера. Если, скажем, необходимо иметь две копии множества S, то можно разместить в памяти объекты $<S, 0>$ и $<S, 1>$. Поскольку $<S, 0> \neq <S, 1>$, эти упорядоченные пары займут непересекающиеся области памяти.

Размещением теоретико-множественных объектов в памяти, равно как и их удалением, управляет выполняемая процессором Pr программа, написанная на специальном языке ABT — абстрактном языке программирования. Мы не будем задумываться над тем, каким образом процессор Pr выполняет ABT-программу. Кроме того, будем считать, что ABT-программы размещаются вне области Mm и что в Mm хранятся только результаты вычислений. В оправдание последнего допущения можно указать на то обстоятельство, что физическое пространство заполняют вещи и события, тогда как физические законы традиционно не рассматриваются как объекты, способные занимать место в пространстве. Но ABT-программы будут играть скорее роль законов, чем роль вещей и событий (фактов). Правда, особых законов. Ведь не обязательно относиться к законам природы как к данностям. Можно рассматривать их и как своего рода предписания к действию, предписания, подлежащие неукоснительному выполнению самой природой. До сих пор природа успешно «вычисляла» будущее. Справится ли она с этим делом в дальнейшем — вот вопрос.

Компьютеры, способные выполнять ABT-программы, будем называть ABT-компьютерами. Сформулируем постулат, касающийся ABT-программ и ABT-компьютеров, который ввиду его принципиальной важности выделим особо.

Постулат существования:

Любой объект может появиться в памяти Mm или исчезнуть из нее только в результате выполнения процессором Pr соответствующего оператора языка программирования ABT

Программы на языке ABT являются конечной последовательностью инструкций

$$
\begin{array}{l}
I_{i0}\\
I_{i1}\\
.\\
.\\
.\\
I_{in}
\end{array}
$$

(где $i_0, i_1, \ldots, i_n$ — натуральные числа и $i_j < i_k$, если $j < k$), которые выполняются одна за другой сверху вниз, если только нет команды изменить порядок их выполнения.

Каждая инструкция порождает элементарный процесс и содержит либо единственный оператор языка АВТ, либо представлена в виде составного оператора

IF *условие* **THEN** *оператор*,

где IF... THEN имеет обычный смысл (как, например, в языке PASCAL). Подчеркнем, что и этот составной оператор выполняется за один шаг и, таким образом, порождает элементарный процесс.

В качестве *условий* можно брать любые теоретико-множественные и теоретико-модельные высказывательные формы. Кроме того, в этих высказывательных формах разрешается использовать обозначение Mm и конструкцию Mm(...). Например, условиями будут следующие выражения: $X \subset Y$, $\{\varnothing\} \in \omega$, $Mm(X) \neq \varnothing$ & $X \models T$, $\exists z(Mm(z))$ & $\forall x(x \in z \to Mm(x) = \varnothing)$, $\{x| P(x)\} \in Y$, $Mm \backslash Mm(S) = \varnothing$, $Mm(x_1) \cup Mm(x_2) = Mm$, $|Mm(y)| < |Mm|$ и т.д.

В условиях очень важно четко различать переменные и константы. Переменные будут обозначаться последними тремя буквами латинского алфавита (x, y, z, X, Y, Z) с индексами или без них, а константы — любыми другими символами. Значения констант не зависят от хода выполнения АВТ-программ. Единственное, что может АВТ-программа — это размещать или не размещать значения констант в памяти Mm. Однако мы не требуем, чтобы проверка на истинность тех или иных утверждений, содержащих константы, зависела от наличия их значений в памяти Mm. Например, при выполнении команды

IF $\{\varnothing\} \in \omega$ **THEN** оператор

условие $\{\varnothing\} \in \omega$ будет оценено процессором Pr как истинное, независимо от того, находятся множества $\{\varnothing\}$ и ω в памяти Mm или не находятся.

Напротив, значения переменных не фиксированы, и в ходе выполнения АВТ-программы могут изменяться. Поэтому оценка истинности, например условия $x \in y$, требует, чтобы значения x и y находились в памяти компьютера (т.е. выполнялось требование $Mm(x) \neq \varnothing$ и $Mm(y) \neq \varnothing$).

Перейдем теперь к описанию других операторов языка АВТ. Оператор GOTO. Хорошо известный оператор безусловного перехода. Используется в АВТ-программах в виде конструкции

GOTO Ij,

где Ij — одна из инструкций соответствующей АВТ-программы. Его действие ничем не отличается от поведения аналогичных операторов в обычных языках программирования.

Оператор завершения АВТ-программ **END**. Если выполнен оператор END, процесс выполнения соответствующей АВТ-программы заканчивается. При этом в памяти АВТ-компьютера сохраняются все объекты, размещенные там в ходе выполнения программы.

Следующие два оператора специфичны, поэтому их характеристика будет более подробной.

Оператор выбора CHOOSE. Применяется в АВТ-программах в следующей форме.

CHOOSE *список переменных* | *условие*

В этой записи *условие* означает то же самое, что и в случае оператора IF...THEN, за исключением того, что *условие* должно содержать все переменные из *списка переменных*, причем переменные не должны быть **связанными** (т.е. в условии не должно быть кванторов по этим переменным). На *список переменных* также накладываются ограничения: он не должен содержать **повторных** вхождений одной и той же переменной, и в него не могут входить переменные, значения которых **уже** размещены в памяти Mm. Поскольку вопрос о том, значения каких переменных размещены в памяти Mm, требует анализа хода выполнения соответствующей АВТ-программы, последнее ограничение имеет не синтаксический, а семантический характер.

Более формально синтаксическую форму оператора CHOOSE можно представить в виде записи

CHOOSE $X_0,X_1,X_2,...,X_n$ | *условие*$(X_0,X_1,X_2,...,X_n)$,

где Xi — некоторая переменная, причем переменные Xi и Xj различны, если $i \neq j$. Все выражение может быть прочитано как «Выбрать объекты (множества) $X_0,X_1,X_2,...,X_n$ такие, что выполняется предикат *условие*$(X_0,X_1,X_2,...,X_n)$».

Например, запись

CHOOSE x,x,y | $\exists x(x \in x)$

не будет синтаксически правильной по трем причинам: во-первых, в списке переменных переменная x встречается дважды; во-вторых, в условии $\exists x(x \in x)$ использованы не все переменные из списка переменных (не использована переменная y); в-третьих, в условии имеется квантор по переменной x, входящей в список переменных.

Напротив, запись

(*) **CHOOSE** x,y,X | $x \in X \ \& \ y \in X$

будет синтаксически правильной. Действительно, в условии $x \in X \ \& \ y \in X$ использованы в качестве свободных переменных все переменные из списка попарно различных переменных x,y,X.

Однако в конечном счете правомерность применения записи (*) в конкретной АВТ-программе будет зависеть от того, присвоены или нет значения переменным x,y,X до выполнения инструкции (*). С формальной точки зрения это означает, что успешность применения инструкции (*) зависит от истинности или ложности следующего *предусловия* p:

$$Mm(x)=\varnothing \ \& \ Mm(y)=\varnothing \ \& \ Mm(X)=\varnothing.$$

Сформулируем теперь условия выполнимости оператора CHOOSE в общем виде.

Если процессор Pr АВТ-компьютера @=<Mm, Pr> выполняет синтаксически правильную инструкцию I вида

$$\textbf{CHOOSE } X_0,X_1,X_2,...,X_n \mid \textit{условие}(X_0,X_1,X_2,...,X_n)$$

и *предусловие* P

$$Mm(X_0)=\varnothing \ \& \ Mm(X_1)=\varnothing \ \& \ Mm(X_2)=\varnothing \ \&...\& \ Mm(X_n)=\varnothing$$

ложно, выполнение завершается аварийно: произойдет **авост**.

Если P **истинно**, процессор Pr пытается найти (выбрать) такие объекты (множества) $S_0,S_1,S_2,...,S_n$, которые, будучи присвоены в качестве значений переменным $X_0,X_1,X_2,...,X_n$ соответственно, обеспечивают *истинность условия* инструкции I. Затем процессор Pr пытается *разместить в памяти* Mm объекты $S_0,S_1,S_2,...,S_n$.

Если объектов (множеств) $S_0,S_1,S_2,...,S_n$, удовлетворяющих *условию* инструкции I и способных поместиться в свободной области памяти Mm, **не существует**, выполнение I завершается **авостом**. В противном случае (т.е. если требуемые объекты **существуют**) выполнение I завершается успешно в состоянии, в котором **истинны** следующие *постусловия*:

(f) $\quad Mm(Si) \neq \varnothing$ для всех i, $0 \leq i \leq n$;

(g) $\quad$ *условие*$(S_0,S_1,S_2,...,S_n)$.

Рассмотрим компьютер @ = <Mm, Pr> с памятью Mm, имеющей три регистра, и процессором Pr, выполняющим АВТ-программу, содержащую одну-единственную инструкцию.

$$I_1 \ \textbf{CHOOSE } x,y,X \mid x \in X \ \& \ y \in X.$$

В соответствии с постулатом существования до выполнения I_1 в памяти Mm не могут находиться какие-либо объекты. Поэтому истинность утверждения $Mm(x)=\varnothing \ \& \ Mm(y)=\varnothing \ \& \ Mm(X)=\varnothing$ обеспечена. Существование множеств, удовлетворяющих высказывательной форме $x \in X \ \& \ y \in X$, очевидно. Остается убедиться, что среди них найдутся объекты, способные разместиться в памяти, содержащей всего три регистра. Такие объекты существуют. В самом деле, положим $x = y = \varnothing$ и $X = \{\varnothing\}$. Согласно пунктам (b) и

(c) $E(\varnothing) = \{\varnothing\}$ и $E(\{\varnothing\}) = \{\varnothing, \{\varnothing\}\}$. Предположим, $Mm(\varnothing) \neq \varnothing$ и $Mm(\{\varnothing\}) \neq \varnothing$. Тогда в соответствии с пунктом (d) получаем $|Mm(\varnothing)| = 1$ и $|Mm(\{\varnothing\})| = 2$. Ввиду того, что $\varnothing \neq \{\varnothing\}$, по пункту (e) получаем $Mm(\varnothing) \cap Mm(\{\varnothing\}) = \varnothing$. Таким образом, на размещение множеств $\varnothing$ и $\{\varnothing\}$ потребуется $1 + 2 = 3$ регистра памяти Mm — как раз столько, сколько имеется. Итак, утверждение $\varnothing \in \{\varnothing\}$ & $\varnothing \in \{\varnothing\}$ истинно и свободной памяти для размещения множеств $\varnothing$ и $\{\varnothing\}$ оказалось достаточно. В результате выполнение рассматриваемой АВТ-программы завершится успешно.

Еще один пример конкретной АВТ-программы. Пусть T — какая-либо теория в счетном языке первопорядкового исчисления предикатов. Рассмотрим синтаксически правильную программу

I_1 **CHOOSE** X | (X |= T)
I_2 **GOTO** I_1

Выполнение первой инструкции состоит в нахождении модели теории T. Но если теория T противоречива, она не имеет модели и выполнение I_1 в соответствии с семантикой оператора CHOOSE завершится аварийно. Однако и в том случае, если теория T имеет модель, это не гарантирует успешности выполнения инструкции I_1. Например, если память АВТ-компьютера, на котором выполняется данная программа, конечна и теория T не имеет конечных моделей, попытка выполнить I_1 приведет к авосту.

Но если память Mm бесконечна и теория T непротиворечива, в соответствии с теоремой полноты существует модель теории T, и, следовательно, такая модель будет найдена процессором Pr и размещена в памяти Mm, даже если мощность Mm счетно бесконечна, поскольку если T имеет модель, то для нее существует и не более чем счетная модель.

В отличие от предыдущего примера АВТ-программы, в которой выбор объектов был однозначным (другие множества просто не поместились бы в трехэлементной памяти), возможность выполнения инструкции I_1 поставила бы процессор Pr перед ситуацией действительного выбора. В частности, если память компьютера @ несчетна и T имеет бесконечную модель, процессор Pr мог бы выбирать между неизоморфными моделями теории T, так как наряду со счетными моделями теория T имела бы и несчетные модели. Но сказать, какой из возможных исходов будет иметь место *до* выполнения инструкции I_1, невозможно в принципе, так что в общем случае при использовании оператора CHOOSE мы имеем дело с ситуацией *недетерминированного выбора*. В некотором роде оператор выбора CHOOSE близок к аксиоме выбора: их объединяет неконструктивный (в смысле математического конструктивизма) характер получения результатов.

При условии успешного выполнения инструкции I_1 рассматриваемой АВТ-программы процессор Pr приступит к выполнению инструкции I_2, в соответствии с которой произойдет возврат к инструкции I_1. Как только осуществится этот переход по GOTO, возникнет авост. Почему? В силу того обстоятельства, что $Mm(X) \neq \varnothing$ после первого выполнения инструкции I_1. Но оператор выбора CHOOSE в соответствии с определением не может применяться к переменной, в отношении значения которой выбор был уже сделан, а само это значение было размещено в памяти Mm. Таким образом, независимо от того, противоречива теория T или нет, все равно выполнение данной АВТ-программы завершится аварийно.

Очевидно, наряду с оператором, выбирающим объекты и размещающим их в памяти АВТ-компьютера, необходим также оператор, аннулирующий результаты предшествующих актов выбора и освобождающий память для размещения новых объектов.

Оператор уничтожения DELETE. Его синтаксис предельно прост:

DELETE *список переменных*,

где *список переменных* не должен содержать **повторных** вхождений одной и той же переменной (ограничение не очень принципиальное, но упрощающее синтаксис и сохраняющее преемственность с аналогичным ограничением оператора CHOOSE). То же самое можно представить в другой форме:

DELETE $X_0,X_1,X_2,...,X_n$.

Теперь определим семантику рассматриваемого оператора.

Если процессор Pr АВТ-компьютера @=<Mm, Pr> выполняет синтаксически правильную инструкцию I вида

DELETE $X_0,X_1,X_2,...,X_n$,

и *предусловие* P

$$Mm(X_0)\neq\varnothing \ \& \ Mm(X_1)\neq\varnothing \ \& \ Mm(X_2)\neq\varnothing \ \&...\& \ Mm(X_n)\neq\varnothing$$

ложно, выполнение завершается аварийно: произойдет **авост**.

Если P **истинно**, процессор Pr завершит выполнение инструкции I в состоянии, в котором будет **истинным** следующее постусловие:

(h) $$Mm(Xi) = \varnothing \text{ для всех } i,\ 0 \leq i \leq n.$$

§3. Канонические АВТ-программы

Воспользуемся оператором DELETE для превращения рассматриваемого примера АВТ-программы в безостановочную[81] программу в предположении, что теория T имеет модель и память Mm бесконечна.

Расположить инструкцию с оператором DELETE в данной программе, содержащей всего две инструкции, можно тремя следующими способами:

(π1)	(π2)	(π3)
I_1 **CHOOSE** X| X |= T	I_1 **CHOOSE** X| X |= T	I_1 **DELETE** X
I_2 **GOTO** I_1	I_2 **DELETE** X	I_2 **CHOOSE** X| X |= T
I_3 **DELETE** X	I_3 **GOTO** I_1	I_3 **GOTO** I_1

Очевидно, АВТ-программа π1 успешно работать не будет по той же самой причине, что и исходная программа. Зато с АВТ-программой π2 все в порядке: осуществив выбор модели теории T в соответствии с инструкцией I_1, процессор Pr перейдет к выполнению инструкции I_2. Так как на этот момент предусловие $Mm(X) \neq \varnothing$ истинно, процессор Pr завершит выполнение I_2 в состоянии $Mm(X) = \varnothing$ и, выполняя инструкцию I_3, перейдет по GOTO к I_1. Поскольку предусловие $Mm(X) = \varnothing$ истинно, инструкция I_1 будет вновь выполнена и т.д. — процесс выполнения программы π2 никогда не завершится.

Осталось проанализировать третью альтернативу. Для того чтобы выполнить АВТ-программу π3, процессор Pr должен *вначале* выполнить инструкцию I_1, что возможно лишь в том случае, если $Mm(X) \neq \varnothing$. Но в соответствии с постулатом существования объект X может появиться в памяти АВТ-компьютера только в результате действия оператора CHOOSE, который должен выполняться *после* команды DELETE, так как выполнение инструкции I_1 с оператором DELETE *предшествует* выполнению инструкции I_2 с оператором CHOOSE в программе π3.

Казалось бы, из сказанного следует однозначный вывод: попытка выполнить АВТ-программу π3 тут же завершится авостом. Однако это так только при условии принятия допущения о том, что процесс выполнения АВТ-программ *обязательно* должен иметь начало. Применительно к обычным компьютерам и языкам программирования правомерность и даже неизбежность принятия данного допущения не вызывает сомнений. Но в случае АВТ-компьютеров и АВТ-программ оно выглядит не столь несомненным.

Действительно, предположим, что процесс выполнения АВТ-программы π3 не имел начала, т.е. всякому очередному выполнению любой инструкции программы π3 предшествовало бесконечное число выполнений этой инструкции. Такое предположение непротиворечиво и потому вполне допустимо. В самом деле, перед тем, как в очередной раз выполнить инструкцию I_1, процессор Pr выполнил инструкцию I_3, а перед этим — инструкцию I_2, после чего АВТ-компьютер перешел в состояние с $Mm(X) \neq \varnothing$. Переход по GOTO к I_1 сохранил это состояние, так что истинность предусловия оператора DELETE была обеспечена. После успешного выполнения I_1 стало истинным утверждение $Mm(X) = \varnothing$, необходимое для выполнения I_2 и т.д.

Наглядно описанный процесс можно изобразить следующей схемой:

$$..., I_1,I_2,I_3,I_1,I_2,I_3,I_1....$$

Таким образом понятый процесс выполнения программы π3 не имеет ни начала, ни конца, в отличие от традиционных вычислительных процессов, которые непременно когда-либо начинаются.

Интересное, на наш взгляд, различие между АВТ-программами π2 и π3 заключается в том, что π3 можно выполнить только при условии отсутствия начала процесса выполнения, тогда как π2 выполнима независимо от того, имел процесс ее выполнения начало или нет. Гипотетический процесс выполнения π2, имеющий первый шаг, был описан выше. Что касается описания воображаемого выполнения π2 в ходе не имеющего начала процесса, то оно практически полностью повторяет соответствующее описание выполнения π3. Мы говорим о гипотетических или воображаемых процессах выполнения π2 потому, что если допустить наличие не имеющих начала процессов наряду с «нормальными», то на вопрос о том, процесс какого типа осуществляется при выполнении π2 на данном АВТ-компьютере, нельзя ответить однозначно. С равным успехом это может быть как первая, так и вторая разновидность процессов.

Обсуждаемое различие важно для приложений в философии. Так проблема начала времени не имеет устраивающего всех исследователей единственного решения. Если принимается тезис о том, что эта проблема неразрешима, то для моделирования течения времени больше подходит конструкция, аналогичная программе π2; принятие тезиса об отсутствии начала течения времени заставит прибегнуть к программам типа π3. Наконец, на языке АВТ-программ нетрудно выразить и идею начала времени. Для этого достаточно перед выполнением бесконечного цикла выполнить инструкцию, которая больше уже выполняться не будет. Например, применительно к программе π2 достаточно добавить к списку ее инструкций команду GOTO I_1.

$$I_0 \ \mathbf{GOTO} \ I_1$$

I_1 **CHOOSE** $X \mid X \models T$
I_2 **DELETE** X
I_3 **GOTO** I_1

Полученная ABT-программа (обозначим ее через $\pi 4$) может быть выполнена только в ходе процесса, имеющего начало. Действительно, первой будет выполнена инструкция I_0, а дальше возникнет бесконечный цикл. Схематически

$$I_0, I_1, I_2, I_3, I_1, I_2, I_3, I_1 \ldots.$$

Идея о существовании не имеющих начала процессов требует ряда уточнений, к которым мы сейчас переходим.

Пусть LD — произвольное линейное дискретное множество, то есть множество, удовлетворяющее аксиомам линейного дискретного порядка теории *TL*. Пусть, далее, $\alpha \in LD$. По определению,

$$LD(\alpha) =_{Df} \{x \in LD \mid (x < \alpha) \vee (x = \alpha)\}.$$

Назовем множество X **отрезком** множества LD, если существует $\alpha \in LD$ такое, что $X = LD(\alpha)$. Из определений немедленно вытекает, что всякий отрезок X линейного дискретного множества LD имеет последний элемент (в смысле отношения порядка, индуцированного на X из LD). Поэтому, в частности, само множество LD может не быть отрезком самого себя (так будет, если LD не имеет последнего элемента).

Для элементов и отрезков множества LD выполняется следующее соотношение:

$$(\forall \alpha, \beta \in LD)\ (\alpha < \beta \rightarrow |E(LD(\alpha))| \leq |E(LD(\beta))|.$$

В частности, из $\alpha < \beta$ и $|E(LD(\alpha))| = |E(LD)|$ следует, что $|E(LD(\alpha))| = |E(LD(\beta))| = |E(LD)|$.

Пусть далее X является отрезком множества LD и при этом существует $\beta \in LD$ такое, что $\beta \notin X$ и $\forall x(x < \beta \rightarrow x \in X)$. Тогда через X^+ обозначим множество $X \cup \{\beta\}$. Ясно, что X^+ также является отрезком множества LD. Аналогичное обозначение будем применять и для элементов линейных дискретных множеств: если $\alpha, \beta \in LD$ и $(\alpha < \beta \ \& \ \neg\exists x(\alpha < x \ \& \ x < \beta))$, то, по определению, выполняется равенство $\alpha^+ =_{Df} \beta$.

Линейное дискретное множество LD назовем **E-равномерным**, если множество

$$LDE =_{Df} \{x \in LD \mid |E(LD(x))| = |E(LD)|\}$$

таково, что LDE либо пусто, либо одноэлементное, либо в LDE не существует первого элемента. Другими словами, должна выполняться формула

$$\forall x((x \notin LDE) \vee (\forall y \in LDE)(y = x) \vee (\exists y \in LDE)(y < x)).$$

Мотивы введения понятия E-равномерности станут ясны в дальнейшем.

Если LD не имеет первого элемента, выберем ABT-программу **CC_LD**.

I_0 **DELETE** X
I_1 **CHOOSE** X | (X отрезок LD) & X = Y^+
I_2 **IF** X = LD **THEN END**
I_3 **DELETE** Y
I_4 **CHOOSE** Y | (Y отрезок LD) & Y = X^+
I_5 **IF** Y = LD **THEN END**
I_6 **GOTO** I_0

Если же LD имеет первый элемент α, то воспользуемся ABT-программой **CC1LD**.

I_0 **CHOOSE** X | X = LD(α)
I_1 **IF** X = LD **THEN END**
I_2 **CHOOSE** Y | (Y отрезок LD) & Y=X^+
I_3 **DELETE** X
I_4 **IF** Y = LD **THEN END**
I_5 **CHOOSE** X | (X отрезок LD) & X = Y^+
I_6 **DELETE** Y
I_7 **IF** X = LD **THEN END**
I_8 **GOTO** I2

Программа CC_LD должна выполняться на ABT-компьютере @ = <Mm, Pr>, удовлетворяющих одному из следующих условий, зависящих от характеристик множества LD:

(a) если LD E-равномерно, то $|E(LD)| \leq |Mm|$;

(b) если LD не является E-равномерным, то $|E(LD)| < |Mm|$.

В свою очередь, программа CC1LD также ограничивает выбор ABT-компьютеров в зависимости от свойств множеств LD и E(LD):

(c) если E(LD) бесконечно и LD E-равномерно, то $|E(LD)| \leq |Mm|$;

(d) если E(LD) бесконечно и LD не является E-равномерным, то$|E(LD)| < |Mm|$;

(e) если E(LD) конечно и β — предпоследний элемент множества LD, то $(|E(LD(\beta))| + |E(LD)|) \leq |Mm|$.

Отличие условий, налагаемых на ABT-компьютеры, выполняющие программы CC_LD и CC1LD, объясняется рядом причин.

Во-первых, не следует думать, что для размещения бесконечного множества S в памяти ABT-компьютера всегда достаточно иметь память той же мощности, что и множество S. Казалось бы, ничто не препятствует размещению: если существует взаимно однозначное отображение f из E(S) на Mm, то процессор Pr может расположить множество S в памяти Mm в точном соответствии с функцией f и при этом будут соблюдены все выше перечисленные ограничения на подобного рода операции.

Если, к примеру, требуется разместить в счетно-бесконечной памяти Mm множество натуральных чисел ω, то так как множество E(ω) тоже счетно, никаких трудностей не возникает. Достаточно выполнить следующую АВТ-программу:

I_0 **CHOOSE** X| X = ω.

Чтобы выполнить данную программу, процессору Pr понадобится установить взаимно однозначное соответствие между регистрами всей памяти Mm или ее бесконечной части и множеством ω. В любом случае результат будет достигнут.

Однако представим себе процесс выполнения чуть более сложной АВТ-программы.

I_1 **CHOOSE** X| X = {x| x ∈ ω & x четно}

I_2 **CHOOSE** Y| Y = {y| y ∈ ω & y нечетно}

Если память Mm счетно бесконечна, то при выполнении инструкции I_1 вновь возникают две возможности: либо использовать бесконечную часть Mm, оставив нетронутой бесконечное множество регистров, либо использовать всю или почти всю (всю, за исключением, быть может, конечного числа элементов) память Mm. И в том, и в другом случае инструкция I_1 будет успешно выполнена. Но заведомо ясно, что использование всей или почти всей памяти АВТ-компьютера сделает невозможным успешное выполнение инструкции I_2.

Проще всего обойти возникшую трудность за счет применения АВТ-компьютера с несчетной памятью. С другой стороны, можно было бы попытаться наделить АВТ-процессоры даром предвидения того, как следует распределять память. Однако в результате пришлось бы отказаться от идеи *независимого выполнения инструкций* АВТ-программ, что отнюдь не входит в наши планы. Итак, мы остаемся на прежней позиции: все, что требуется от АВТ-процессора, — это выполнить очередную инструкцию (если это вообще возможно), игнорируя остальные, а затем перейти к выполнению следующей (если такой переход программно обусловлен).

Во-вторых, при использовании программы CC_LD множество LD и, следовательно, множество E(LD) обязательно будут бесконечными. Так как для любого бесконечного кардинала τ выполняется равенство $\tau \times 2 = \tau + \tau = \tau$, значения обеих переменных X и Y АВТ-программы CC_LD могут иметь такую же мощность, как и память Mm. Правда, при этом множество LD должно быть E-равномерным, поскольку в противном случае памяти может не хватить. Но ABT-программа CC1LD допускает ситуацию, в которой множества LD и E(LD) конечны. Тогда объем памяти Mm должен превышать мощность множества E(LD) примерно в два раза. На самом деле память может быть несколько меньше, поскольку при выполнении программы CC1LD в этом случае будет либо $|Mm(X)| < |Mm(Y)|$, либо $|Mm(Y)| < |Mm(X)|$, что нашло отражение в условии (е).

В-третьих, здесь мы вновь сталкиваемся с особенностями не имеющих начала вычислительных процессов. Если предположить, что выполнение ABT-программы CC_LD осуществляется успешно, то это означает, что процессор Pr уже распределил память между переменными X и Y таким образом, чтобы каждой из них досталось по бесконечной области памяти. В дальнейшем эти области могут только увеличиваться (если есть резервы памяти), но не уменьшаться. Допустим, $|E(LD(\alpha))| \le |Mm|$ и $|Mm(X)| = |Mm(Y)| = |Mm|$ на каком-то этапе выполнения CC_LD. Тогда памяти хватит и на все последующие циклы программы CC_LD. Если $|Mm(X)| < |Mm|$ и $|Mm(Y)| < |Mm|$, тоже ничего страшного нет, так как остается возможность в случае необходимости увеличить область памяти как для X, так и для Y.

Но если, например, $|Mm(X)| < |Mm|$ и в то же самое время $|Mm(Y)| = |Mm|$, в следующем цикле для X может не оказаться резервов памяти — ведь процессор Pr мог всю ее потратить на размещение переменной Y. Чтобы этого не произошло, необходимо либо взять ABT-компьютер с большей памятью, либо убедиться в том, что множество LD не содержит скачков мощности, достигающих размера самой памяти Mm. Отсутствие таких перепадов или скачков формально описывается понятием E-равномерности.

В отличие от программы CC_LD, программа CC1LD имеет начальный шаг выполнения. Поэтому, если множество E(LD) бесконечно, может случиться так, что уже на первом шаге будет израсходована вся память: при $|E(LD(\alpha))| = |Mm|$, где α — первый элемент множества LD, выполнение инструкции I_0 программы CC1LD способно лишить места $Y = LD(\alpha^+)$, сделав невозможным выполнение инструкции I_2.

Обратим внимание на то, что множество LD фактически играет роль параметра в только что приведенных программах. Но поскольку, строго говоря, при описании синтаксиса языка ABT понятие параметра не вводилось, обозначение LD в программах CC_LD и CC1LD в действительности должно быть константой. Пусть _LD — класс констант, являющихся именами всевозможных линейных дискретных множеств без первого элемента, а 1LD — класс констант, именующих всевозможные линейные дискретные множества с первым элементом. Рассмотрим АВТ-программы, которые совпадают с CC_LD (соответственно с CC1LD) во всем, за исключением, может быть, лишь того, что вместо LD используется константа из класса _LD (соответственно из 1LD). Назовем такие АВТ-программы **каноническими**. Будем говорить, что память АВТ-компьютера @ *достаточно велика* для канонической программы π, если Mm удовлетворяет условиям (a) — (e) для π, где LD — линейное дискретное множество, имя которого использовано в программе π.

Постулат достижимости:

Если память АВТ-компьютера @ достаточно велика для канонической программы π, то при выполнении π для любого элемента $\alpha \in$ LD компьютер @ достигнет состояния, в котором истинно утверждение Mm(LD(α)) $\neq \varnothing$

Обратимся теперь к примерам действия только что сформулированного постулата. Если мы примем равенство LD = $\omega^* + \omega$, где множество ω^* имеет порядковый тип множества отрицательных целых чисел (или заменим в программе CC_LD константу LD на константу $\omega^* + \omega$, обозначающую множество, упорядоченное по типу множества целых чисел), то в силу постулата достижимости выполнение канонической программы CC_LD на АВТ-компьютере @ = <Mm, Pr> таком, что $|E(\omega^* + \omega)| < |Mm|$, будет успешным. При этом процесс выполнения CC_LD не будет иметь ни начала, ни конца. В случае, если множество $\omega^* + \omega$ E-равномерно, строгое неравенство в ограничении размеров памяти можно заменить на нестрогое.

Точно так же успешным (при аналогичном ограничении на размеры памяти) будет процесс выполнения CC_LD при LD = $\omega^* + \omega + \omega^*$, который вновь не будет иметь начала, но зато будет иметь конец и т.д. Более того, постулат достижимости гарантирует выполнимость канонических АВТ-программ для как угодно сложно устроенных линейных дискретных множеств (надо только следить за объемом памяти, а также за тем, чтобы не применять программы типа CC_LD к линейным дискретным множествам, обладающим первым элементом, и не применять программы типа CC1LD к линейным дискретным множествам без первого элемента). В - частности, как мы видели в предыдущей главе, существуют линейные дискретные множества произвольной мощности, в том числе мощности континуума.

Пусть теперь множество W является моделью теории TL и имеет мощность континуума. Согласно постулату достижимости множество W можно «пересчитать» при помощи либо канонической программы типа CC_LD, либо канонической программы типа CC1LD: для любого элемента $\alpha \in W$ в процессе выполнения одной из этих программ будет достигнуто состояние, в котором очередным элементом, присоединенным к строящемуся отрезку множества W, окажется элемент α. Так что эти программы являются своего рода счетчиками циклов, выполняющихся, если потребуется, трансфинитное число раз.

Однако не нужно думать, что наш произвол в отношении выбора перечисляемого множества ничем не ограничен. Рассмотрим, например, уже упоминавшийся порядковый тип $\omega + 1$. Множество, упорядоченное по этому типу, не является линейным дискретным множеством и не может быть пересчитано с соблюдением этого порядка элемент за элементом никакой ABT-программой. Действительно, если допустить, что пересчет такого множества, имеющего последний элемент α, завершен, то, спрашивается, каков был предыдущий шаг ABT-программы, поэлементно «перебирающей» это множество в соответствии с порядком расположения его членов? Поскольку элемент α не имеет непосредственного предшественника, постольку не могло быть и шага ABT-программы, предшествующего шагу размещения в памяти элемента α, а значит, и этого последнего шага. Сказанное не означает, что множество типа $\omega + 1$ вообще не может быть использовано в ABT-вычислениях: невозможно только разместить его в памяти за $\omega + 1$ шагов, в то время как сделать это за дискретное число шагов (например, за один или два шага, десять или ω шагов и т.п.) не возбраняется.

Как показывает только что разобранный пример, хотя некоторые упорядоченные множества не могут быть «пересчитаны» никакой ABT-программой, и, таким образом, некоторые задачи не решаются в рамках ABT-вычислимости, могут возникать неясности в отношении того, как могут действовать произвольные

ABT-программы в том случае, если предположение о порядковом типе порождаемого в ходе выполнения программы процесса не ведет к противоречиям. Вернемся к рассмотренной ранее программе $\pi 3$. Как уже говорилось, эта программа не имеет начала. Но сколько шагов было сделано этой программой к настоящему моменту? Должны ли мы, например, считать, что число шагов должно быть счетным и, кроме того, что оно должно быть упорядочено по типу ω^*? Или в случае с $\pi 3$ допустимы произвольные мощности и линейные дискретные порядки, не имеющие первого элемента? Мы дадим ответ на поставленные вопросы при помощи следующего неформального постулата.

Постулат реализуемости:

Если предположение о том, что ABT-программа π реализует процесс ρ, непротиворечиво, то реализация процесса ρ в ходе выполнения π возможна

Таким образом, в силу постулата реализуемости программа $\pi 3$ (в случае непротиворечивости теории T и наличия памяти, достаточной для размещения хотя бы одной модели теории T) может в ходе выполнения произвести *любой* не имеющий первого и последнего шага процесс, какова бы ни была мощность множества элементарных шагов этого процесса. Программа $\pi 2$ допускает еще большую неопределенность, поскольку в ходе ее выполнения (при тех же допущениях, что и в случае программы $\pi 3$) может быть реализован любой процесс, реализуемый программой $\pi 3$ и, кроме того, процессы, имеющие первый шаг выполнения, но не имеющие последнего шага.

Можно заподозрить, что принятие постулата реализуемости делает излишним постулат достижимости для канонических программ, поскольку с интуитивной точки зрения может показаться, что первый постулат влечет второй. Однако это не так. В самом деле, без постулата достижимости каноническая программа типа CC1LD допускает реализацию, которая никогда не окажется в области трансфинитных порядковых типов. Предположим, что каноническая программа ведет пересчет линейного дискретного множества $\omega + \omega^*$. Предположение о том, что процесс пересчета *никогда* не выйдет за пределы ординала ω, непротиворечиво. Стало быть, по постулату реализуемости, порождение такого процесса в ходе выполнения пересчета возможно. Но сделанный вывод противоречит постулату достижимости, коль скоро речь идет о канонических программах. Аналогичные рассуждения верны и для канонических программ типа CC_LD.

Итак, процесс функционирования АВТ-программ описывается как линейная дискретная последовательность шагов, каждый из которых связан с выполнением одной из инструкций языка АВТ, порождающих элементарный процесс. Используя канонические АВТ-программы типа CC_LD или CC1LD в качестве счетчиков циклов, включенных в виде подпрограмм в другие АВТ-программы, в соответствии с постулатом достижимости мы получим программы, выполняющиеся необходимое число раз. Требуется только позаботиться о том, чтобы после каждого цикла упомянутых программ управление передавалось на основную программу. Но обеспечить такую передачу управления легко: достаточно перед последней инструкцией канонических программ вставить программу, которая должна выполняться не меньшее число раз, чем это предписывается линейным дискретным множеством LD, используемым канонической программой.

Например, если мы хотим, чтобы программа π3 выполнялась несчетное количество раз, положим, что W — линейное дискретное множество несчетной мощности, и на АВТ-компьютере с соответствующим объемом памяти выполним нижеследующую программу.

I_0 **DELETE** X
I_1 **CHOOSE** X | (X отрезок W) & X = Y^+
I_2 **IF** X = LD **THEN END**
I_3 **DELETE** Y
I_4 **CHOOSE** Y | (Y отрезок W) & Y = X^+
I_5 **IF** Y = LD **THEN END**
I_6 **DELETE** X_1
I_7 **CHOOSE** X_1 | X_1 |= T
I_8 **GOTO** I_0

Вернемся к множеству *T'* и функции *f'* из § 1 гл. 4. *T'* — это линейное дискретное множество мощности континуума с первым и последним элементами t_b и t_e соответственно, а функция *f'* взаимно однозначно отображает *T'* на отрезок действительной прямой *[M,Φ]*. При этом $f'(t_b) = M$, а $f'(t_e) = Φ$. Рассмотрим АВТ-программу, которую назовем Driving.

I_0 **CHOOSE** X | X = t_b
I_1 **IF** X = *T'* **THEN END**
I_2 **CHOOSE** Z | Z = *f'(X)*
I_3 **CHOOSE** Y | (Y отрезок *T'*) & Y=X^+
I_4 **DELETE** X
I_5 **DELETE** Z
I_6 **CHOOSE** Z | Z = *f'(Y)*

I_7 **IF** Y = T' **THEN END**
I_8 **CHOOSE** X | (X отрезок T') & X = Y$^+$
I_9 **DELETE** Y
I_{10} **DELETE** Z
I_{11} **CHOOSE** Z | Z = $f'(X)$
I_{12} **IF** X = T' **THEN END**
I_{13} **GOTO** I_3

Шаги I_0 — I_1, I_3 — I_4, I_7 — I_9 и I_{12} — I_{13} соответствуют шагам канонической программы CC1LD. Согласно постулату достижимости этот набор инструкций будет выполняться АВТ-компьютером с достаточно большой памятью, если выполнению не помешают оставшиеся инструкции I_2, I_5 — I_6 и I_{10} — I_{11}. Легко убедиться, что такого не произойдет. На шаге I_0 в памяти разместится первый элемент t_b множества T'. Следующий шаг I_1 на самом деле лишний, поскольку известно, что T' бесконечно, однако I_1 входит в каноническую программу и потому оставлен. На шаге I_2 в памяти появится первая точка M действительного отрезка $[M,\Phi]$. После канонических шагов I_3 — I_4 точка M исчезает (шаг I_5), а вместо нее появляется точка $f'(Y)$ (шаг I_6), сопоставленная элементу $t_b^+ \in T'$ и удовлетворяющая условию $M < f'(Y) < \Phi$. Затем канонические инструкции I_7 — I_9 приведут к выбору элемента $t_b^{++} \in T'$, которому после исчезновения точки $f'(t_b^+)$ (на шаге I_{10}) будет сопоставлена точка $f'(t_b^{++}) \in [M,\Phi]$.

Поскольку множество T' не исчерпывается элементами t_b, t_b^+ и t_b^{++}, канонические инструкции I_{12} — I_{13} приведут к повторению шагов I_3 — I_{13}, которое будет в силу постулата достижимости происходить T' раз. Точнее, $T' - \{t_b, t_b^+, t_b^{++}\}$ раз, однако это не существенно, т.к. множества T' и $T' - \{t_b, t_b^+, t_b^{++}\}$ не только равномощны, но и могут быть взаимно однозначно отображены друг на друга с сохранением порядка: положим dom(f) = T', rng(f) = $T' - \{t_b, t_b^+, t_b^{++}\}$ и f(x) = x^{+++}, если множество {y | y ≤ x} конечно; в противном случае полагаем f(x) = x. В конце концов либо на шаге I_3, либо на шаге I_8 будет достигнут последний элемент t_e множества T'.

Данная строгая дизъюнкция открывает любопытную возможность введения для линейных дискретных множеств T с первым и последним элементами понятий четности и нечетности. Заметим, что если T конечно и его мощность — четное число, то программа Driving, в которой T' заменено на T, доберется до последнего элемента T на шаге I_3 (который, хотя это случайное совпадение, является четным — четвертым — оператором программы Driving). Если же T конечно и его мощность — нечетное число, то программа Driving достигнет последнего элемента T либо на шаге I_0, либо на шаге I_8 (которые, в свою очередь, являются нечетными — первым и девятым — операторами программы Driving). Отсюда вытекает мотивировка следующих определений. Назовем линейное дискретное множество T с первым и последним элементами *четным*, если программа Driving достигнет последнего элемента T на шаге I_3. В противном случае назовем T *нечетным*.

Независимо от того, четным или нечетным является T', его последнему элементу t_e будет сопоставлена точка Φ отрезка $[M, \Phi]$, и либо по инструкции I_7, либо по инструкции I_{12} АВТ-программа Driving закончит работу. В силу выше изложенного ясно, что множество T' интерпретируется как отрезок дискретного времени, на протяжении которого происходит движение по непрерывному отрезку $[M, \Phi]$. Тем самым дается теоретическое обоснование возможности процесса движения в непрерывном пространстве. Та же самая техника позволяет описывать процесс движения и по дискретному пространству. Впрочем, как отмечалось в § 2 гл. 2 в связи с апорией «Стадий», здесь Зенону не удалось получить противоречия. Самый важный полученный результат состоит в том, что движение было строго описано именно как *процесс*, протекающий во времени, а не как *функция* от времени.

Теперь есть теоретические средства для того, чтобы любые изменения во времени вообще трактовать процессуально, динамически, а не функционально, статически. Сказанное относится и к самому времени, поскольку время — это тоже динамический процесс[82].

Глава 6. Три типа существования

§1. Типы существования и миры

Что имеется в виду под типами существования? Встречающееся в названии главы число «три» может навести на мысль, что речь пойдет о попперовской концепции «трех миров». Действительно, так оно и есть, только миров будет два, а не три. Кроме того, упомянутая концепция последняя в ряду, начинающемуся с теории «идей» Платона. Между этими крайними точками отсчета уместилось многое. Например, дискуссия об универсалиях и концепции о существующих независимо друг от друга субстанциях. Дуализм Р.Декарта, признающий наличие вещей мыслящих (res cogitas) и вещей протяженных (res extensa) — это обоснованное постулирование двух типов существования. Вещи первого рода составляют духовную субстанцию или «мир» в попперовском смысле, вещи второго рода — материальный «мир». Два типа существования — два мира. Это совпадение не дает возможности заметить, что выделение типов существования не обязательно совпадает с делением универсума на миры. Одним из оснований картезианского деления был атрибут пространственности. Когда упоминают о пространстве, обычно тут же вспоминают и о времени. Этих двух фундаментальных атрибутов, по-видимому, достаточно, чтобы отличить существующее от несуществующего. Когда мы утверждаем, что единорогов не существует, это утверждение с иным смыслом, чем утверждение о том, что динозавров не существует. В случае динозавров можно указать время и место их существования, а для единорогов этого сделать нельзя. Правда, единороги существуют в наших мыслях. Можно ли и здесь говорить о месте и времени?

Рассуждая абстрактно, имеется всего четыре возможных различных отношений объектов к атрибутам пространства и времени. Первый — объект обладает как пространственными, так и темпоральными характеристиками. Второй — объект не обладает протяженностью и не изменяется во времени. Третий — объект не обладает протяженностью, но развивается во времени. Четвертый — объект обладает протяженностью, но не изменяется во времени. Четыре типа отношений объектов к пространству и времени определяют четыре типа существования и соответственно четыре класса объектов, существующих в разных смыслах.

Я не думаю, что кто-либо всерьез будет спорить с тем, что четвертый класс объектов пуст. Иными словами, не существует объектов, которые занимают место в пространстве, но не развиваются во времени. Правда, в истории философии была попытка утверждать существование объектов такого рода. Имеется в виду концепция античного атомизма, в которой неделимые и неизменные частицы материи — атомы — обладали конечными пространственными размерами и вполне определенной геометрической формой. В настоящее время гипотеза о существовании абсолютно стабильных во времени частиц наукой отвергнута, на основании чего этому типу существования приходится отказать в реальности.

Остальные классы, как мы надеемся показать, не являются пустыми. Поэтому вместо четырех следует говорить о *трех типах существования и трех классах объектов*. В целях большей краткости и определенности первый тип существования обозначим как st-реальность, второй — как ¬s¬t-реальность и третий — как ¬st-реальность. Символы s и t указывают на наличие соответственно пространственной и темпоральной компоненты у объекта, а символ ¬ — на отсутствие пространственных (¬s) или темпоральных (¬t) характеристик объекта. St-реальность есть не что иное, как *физическая* реальность. Не изменяющуюся в пространстве и времени ¬s¬t-реальность уместно назвать *идеальной* реальностью. Наконец, лишенную пространственных характеристик, но длящуюся во времени ¬st-реальность назовем *темпоральной* реальностью. Итак, три типа существования следующие: физический, идеальный и темпоральный. Отныне это не просто слова с достаточно неясным и неоднозначным смыслом, а понятия, определенные в терминах наличия или отсутствия пространственных и временных свойств.

Кажется, меньше всего проблем с st-реальностью. Объекты этого типа существования образуют протяженную субстанцию Р.Декарта или мир физических объектов, это *первый* мир. Естественно предположить, что объекты двух других типов существования *самостоятельно* (т.е. именно как объекты, индивиды) присутствуют только в мышлении, хотя уже здесь неясность: где начинаются и где кончаются границы мышления? Мыслит ли, например, компьютер? Или, может быть, более правомерно говорить о феномене психического или даже витального? В связи с последним термином вспоминается критика членами Венского кружка понятия «энтелехия», введенным в оборот биологом и философом Г.Дришем. Г.Дриш счел необходимым ввести это понятие для объяснения специфики биологических сил, действующих иначе, чем силы физические. В отличие от физических эти силы *пространственно не локализованы*[83]. В нашей терминологии речь идет либо о ¬st-реальности, либо о ¬s¬t-реальности; но в любом случае это не физическая реальность. Как бы там ни было, будем использовать термин *ментальный* для обозначения *объектов* нефизических (идеального и темпорального) типов существования. Это будет *второй* мир. *Мир физических вещей и мир ментальных объектов — это единственные миры.* Третьего мира не существует. Возникает вопрос, почему трем типам существования нельзя сопоставить три мира по принципу: один тип существования — отдельный мир. Дело в том, что типы существования выделяются на основе пространственно-временного критерия, а миры отделены друг от друга скорее эволюционно, чем логически. Вначале существовал только физический мир, затем появился мир ментальный. Ментальные феномены слишком отличались от физических, чтобы считаться частью физического мира, вследствие чего они образовали новый мир.

На первом этапе ментальный мир был по сути темпоральным миром ¬st-объектов, и лишь затем к нему добавилась (примерно в VI в. до н.э.) идеальная компонента в виде ¬s¬t-объектов. Объекты ментального мира в *самостоятельном виде* в физическом мире нигде не встречаются. Теперь это вывод из предыдущего, а не просто утверждение. Действительно, как может объект, лишенный пространственных характеристик (форм, размеров и т.п.), — мысль, например, — оказаться среди геометрически оформленных и протяженных физических объектов? Другое дело неизменные во времени идеальные и изменяющиеся темпоральные объекты. Их можно непротиворечивым образом совместить. Ведь любой темпоральный объект также остается стабильным на какой-то период времени (если, конечно, не встать на точку зрения Кратила, у которого вещи настолько изменчивы, что и один раз нельзя войти в одну и ту же реку). Эта способность к временной стабильности (абсолютная у идеальных и относительная у темпоральных объектов) делает ¬s¬t и ¬st-реальности совместимыми, что и позволяет им образовать свой особый мир, отделенный от мира физических вещей.

Однако и после появления идеальной составляющей ментального мира идеальные объекты оставались сравнительно редкими феноменами. Всякий человек мыслит темпоральными категориями, но далеко не каждый способен оперировать с идеальными образованьями. Таким образом, идеальные объекты встречаются не во всяком индивидуальном человеческом сознании. Сфера сознания скорее темпоральна, чем идеальна. Другой вопрос, что долгое время идеальным называли всякое сознание и мышление вообще, не замечая наличия в сознании и мышлении объектов двух разных типов существования. Человеческие понятия трактовали как идеальные, тогда как в действительности речь чаще всего шла о темпоральных понятиях. Поэтому когда обнаружили лежащий на поверхности факт развития понятий (изменяющихся и в историческом, и в индивидуально-личностном плане), стали расценивать это тривиальное открытие как выдающееся достижение философской мысли. На самом деле наиболее труден для анализа именно идеальный срез сознания. Как в захваченном временем потоке мыслей, желаний и надежд найти нечто строго очерченное и неизменное? Ввиду того, что идеальные объекты редки и трудно фиксируемы, выделять их в особый мир — значит пойти наперекор фактам. Кроме того, мало пользы, если понятия «тип существования» и «мир» будут дублировать друг друга.

Посмотрим более внимательно на объекты ментального мира, как бы их ни называли — универсалии, идеальные объекты, абстракции и т.д. Темпоральные и идеальные объекты не занимают места в пространстве. Откуда это известно? Из *опыта*. Именно опыт встреч с объектами того или иного типа существования позволяет выделять сами типы и анализировать их затем более детально. Конечно, имеется в виду широко понимаемый опыт, включающий в себя не только опыт обращения с физическими вещами, но и опыт оперирования с предметами мысли. В соответствии с данными такого опыта никто, никогда и нигде не смог усмотреть в идеальных объектах что-либо похожее на размер, величину и т.п. Физические объекты сравнивают по величине, по занимаемому месту в пространстве и прочее; но ничего подобного проделать ни с идеальными, ни с темпоральными объектами нельзя. Нелепо говорить, что понятие Вселенной занимает больше места, чем понятие атома, или что понятие треугольника находится дальше от понятия квадрата, чем понятие квадрата от понятия многоугольника. В мире ментальных объектов расстояний не существует.

Более труден вопрос об отношении универсалий ко времени. Если, как уже отмечалось, ранее предпочитали неоправданно расширять область идеального, то ныне появились целые философские системы, основанные на идее развития всех без исключения понятий, так что для идеального (в нашем смысле) вообще не остается места. Здесь мы сталкиваемся не с недоразумением частного характера. Действительно, человеческие представления, в том числе представления о предметах, имеющих лишь мысленное существование, находятся в процессе постоянных изменений. В некотором смысле изменяются сами предметы мысли. Вчера они были одни, сегодня — другие. Наша позиция, коротко говоря, состоит в том, что развивающиеся во времени понятия и понятия, во времени неизменные, имеют разные типы существования. Неразличение этих типов породило множество проблем, но в действительности в разуме мы можем найти как ¬st-понятия, так и ¬s¬t-понятия. К сожалению, сплошь и рядом эти понятия обозначаются одним и тем же термином. Например, несомненно, что понятие *число* со времен древних греков подверглось весьма существенным изменениям. В то же время верно и то, что пифагорейское учение о целых числах и современная теория целых чисел опираются на просто различные понятия целого числа. В этом смысле говорить о том, что современное понятие целого числа возникло в результате развития первоначальных представлений о числах, столь же нелепо, как утверждать, что понятие о квадрате возникает в процессе развития понятия о треугольнике. Но если помнить о том, что за словом «число» может скрываться как ¬st-реальность, так и ¬s¬t-реальность, многих противопоставлений и нелепостей можно избежать[84].

Насколько мне известно, наиболее отчетливо разницу между реальностями описываемых типов уловил К.Поппер в своей теории «трех миров». Первый мир — это физический мир. Второй и третий миры Поппера — это что-то похожее на ¬st-реальность и ¬s¬t-реальность соответственно. Миру изменяющихся человеческих мыслей противопоставляется мир объективного знания. Однако разделение этих миров не проведено К.Поппером с надлежащей тщательностью. Более того, оно противоречиво. «Я полагаю, — пишет К.Поппер, — что хотя этот третий мир есть человеческий продукт, существует много теорий самих по себе, рассуждений самих по себе и проблемных ситуаций самих по себе, которые никогда не были созданы или поняты и, возможно, никогда не будут созданы или поняты людьми»[85]. Между (А) «есть человеческий продукт» и (В) «никогда не были созданы людьми» (которое в действительности есть ¬А) — противоречие, что не удивительно, т.к. веками утверждалась мысль о том, что знания, понятия и теории не существуют вне человеческого разума. В настоящее время, когда привычными стали обороты типа «представление знаний на ЭВМ» или «знания животных», мы уже более осторожны в вопросе о возможных носителях знаний.

§2. Существование объектов и существование предикатов

Возвращаясь к рассмотрению утверждения о неизменности во времени универсалий, мы уже понимаем, что из данного утверждения не следует отрицание идеи развивающихся во времени понятий. Только не нужно думать, что ¬s¬t-объекты не изменяются во времени потому, что по определению ¬s¬t-реальность находится вне времени. Суть в том, что ¬s¬t-объекты *существуют*, причем в качестве *самостоятельных* образований — исключительно в сфере знаний как важнейшей части ментального мира. Вне знания, вопреки Платону и средневековым реалистам, искать их бесполезно. Что касается мира физических вещей, то ¬s¬t-объекты существуют в этих вещах, но не наряду с ними, не самостоятельно. Например, идея сферы (как ¬s¬t-объект) может существовать в уме наряду с другими идеями. Однако такой вещи, как сфера, в st-мире нет. Там имеются сферические объекты, о которых, строго говоря, нельзя сказать, что это сферы. Когда мы наблюдаем сферический физический объект, мы не имеем в виду, что наблюдаем идеальную (математическую) сферу. Мы говорим, что объект обладает сферической формой. В выражениях *Шар — это геометрическая фигура* и *Солнце — это шар* слово «шар» играет логически различные роли. В первом выражении оно стоит на *объектном* месте: *Геометрическая фигура (шар)*, тогда как во втором выражении — на *предикатном* месте: *Шар (Солнце)*. Идеальный шар как физический объект не существует, но идеальный предикат «быть шаром» может применяться к физическим объектам (например, к Солнцу). При этом сейчас не важно, получается в результате истинное высказывание или ложное — существенна сама возможность применения идеального предиката к физическим объектам. На логическом языке эта мысль может быть кратко выражена так: *то, что в ментальном мире является **объектом**, в физическом мире является **предикатом***. Идеальная сфера, находящаяся в уме, ничему не предицируется. Предметы, находящиеся вне разума, могут обладать свойством сферичности.

Материальную вещь или материальный процесс невозможно превратить в предикат. Но предикат физической вещи или процесса можно сделать либо идеальной, либо темпоральной вещью или либо идеальным, либо темпоральным процессом. Предикат, превращенный в идеальную или темпоральную вещь, называется *абстракцией*, а само превращение — *абстрагированием*. Теперь он может быть предметом рассмотрения, объектом изучения и анализа. Некоторые физические тела, например, шарообразны, т.е. обладают свойством (одноместным предикатом) «Быть шаром»: Шар(х). Сделав предикат «Шар» предметом математического изучения, мы превратили его в абстракцию «шар». Нет такой вещи в физическом мире, как электрон. Электрон — это свойство некоторых физических объектов: ∃х Электрон(х). Предикат «Электрон» посредством абстрагирования превращается в идеальный объект — абстракцию «электрон».

Есть надежда, что сказанное выше — не очередная интерпретация, пресловутое «свое видение», и не раздражающее выявление еще одного ни к чему не обязывающего нюанса. Сколько путаницы существует из-за непонимания того, что физические вещи как таковые в познавательной деятельности — всего лишь объекты универсума рассуждений, объекты, по которым *квантифицируют*, но которые не *предицируют*. Материальная, физическая вещь (процесс, событие и т.п.) в познании — это всегда либо нечто неизвестное, некий *х*, либо то, что имеет *собственное имя*. В любом случае, говоря о таких вещах, мы должны использовать места, определенные для объектов суждений, а не места для предикатов.

Материальную вещь невозможно превратить в темпоральную или в идеальную, ее нельзя поместить в мир наших мыслей. Отсюда извлекают вывод: познание невозможно. Да, познание вещей как таковых, «вещей в себе» *непосредственно* невозможно. Аппарат современной символической логики является хорошей иллюстрацией к последнему утверждению. Что такое *x*, *y*, *z*...? — Просто Нечто, что-то неизвестное, неопределенное, может быть, не существующее. Что скрывается за собственными именами, если кроме самих имен иной информации нет? Неясно даже, имена это одушевленных или неодушевленных предметов, существуют их денотаты реально или только в воображении. Но *физические вещи даны нам опосредовано*, *через свои* ***предикаты***, *которые* — о чем следует заявить со всей определенностью — *физическими объектами не являются*. Предикаты физических вещей — не физические вещи. Более того, *предикаты любых объектов (не обязательно физических) ни при каких обстоятельствах не могут выступать в качестве физических вещей*. Тип существования любого предиката (как физической вещи, так и вообще любого) может быть либо темпоральным, либо идеальным. Третьего не дано. Никто и никогда не спотыкался о лежащий на дороге предикат, не выпаривал предикат из раствора, не разбивал предикат вдребезги... Безусловно, весь наш опыт с однозначностью об этом свидетельствует.

Если все это так, то к какому из двух миров принадлежат предикаты? Тип их существования либо темпорален, либо идеален. Означает ли это, что предикаты с необходимостью оказываются во втором, ментальном, мире? С одной стороны, если ответ утвердительный, по получится странная картина универсума, в котором предикаты физических вещей к миру самих физических вещей, т.е. к первому миру, никакого отношения не имеют! С другой стороны, если ответ отрицательный и предикаты физических вещей окажутся в первом мире, то не возникнет ли противоречия с определением этого мира как пространственно-временной st-реальности? Коллизия исчезнет, как только мы вспомним, как выделялись миры. Выше неоднократно подчеркивалось, что миры — это совокупности объектов определенных типов существования. Объектов, а не предикатов. Но когда мы принимаем некоторую систему, совокупность или множество объектов, вместе с ними мы принимаем и их предикаты. Однако было бы глубоко ошибочным думать, что тип существования объекта переносится на тип существования его предикатов. Напротив, пример с физическими объектами показывает, что ни одного случая такого переноса указать нельзя. Теперь остается оставить объекты вместе с их предикатами в том мире, в котором эти объекты располагаются. Таким образом, физические объекты вместе со своими предикатами могут спокойно пребывать в первом мире. Соответственно предикаты темпоральных и идеальных объектов вместе с ними окажутся во втором мире.

Элементарные познавательные акты *— это акты перехода предиката физической вещи в объект ментального мира и обратно.* Переход предиката физической вещи в объект ментального мира есть акт *абстрагирования*. Обратный переход от ментального объекта к предикату физической вещи есть акт *предицирования*. Когда в сознании ребенка появляется такой объект, как кошка вообще, это результат абстрагирования. Когда при виде соседского кота ребенок заявляет, что видит кошку — это предицирование абстракции кошки к конкретному физическому объекту. Из элементарных актов абстрагирования и предицирования складывается весь познавательный процесс. Такие акты-переходы возможны постольку, поскольку и предикат материальной вещи, и объект ментального мира *одной природы* — оба они или темпоральны, или идеальны.

Материальная вещь может перейти в иное состояние или превратиться в другую материальную вещь. Но физическое не может, начисто испарив свою материальность, стать темпоральным или идеальным, равно как темпоральные и идеальные объекты не могут быть материальными причинами в мире физических вещей. Вера в то, что идеи способны одним своим наличием создавать и двигать тела, была объявлена мистикой теми, кто был убежден в способности материального органа — мозга — продуцировать психическое. Не получилось ли так, что на место мистики идеализма была поставлена столь же догматическая мистика материализма? Ведь в первом случае постулируется существование превращений объектов ментального мира в вещи физического мира, а во втором, наоборот, — превращение физических вещей и процессов в объекты ментального мира.

Проблема становится менее острой, если мы осознаем единую природу предикатов физических вещей и ментальных объектов. Это замечание касается отношения физической и ментальной реальности уже не со стороны различий между ними, а со стороны их сходства. Поскольку предикаты не требуют места для своего существования, поскольку они пространственно *не локализованы*, постольку возможно *совпадение* предиката физической вещи и ментального объекта. Та же самая универсалия, которая находится в ментальном мире в качестве объекта, может (хотя это не обязательно) быть присуща физическому объекту в качестве предиката. Темпоральная сторона физического процесса может (хотя опять-таки не обязательно) оказаться сходной с ментальным процессом. Нелокализованность ¬st- и ¬s¬t-типов существования позволяет им находиться *сразу в двух мирах*. Но следует еще раз подчеркнуть, что это «нахождение» различно в каждом из миров. В st-мире ¬st- и ¬s¬t-существование лишь сторона, предикатный аспект физического мира. Там ¬s¬t-объекты и ¬st-процессы не существуют в самостоятельном виде наряду с физическими вещами и процессами. Напротив, в ментальном мире нет ни одного st-объекта, зато ¬s¬t-объекты и ¬st-процессы существуют в собственном своем качестве и могут мыслиться отдельно как друг от друга, так и отдельно от мира физических вещей и процессов, хотя подлинный смысл существования ментальных объектов заключается в возможности предицирования их физическим вещам.

Рассмотрим более подробно процесс абстрагирования. Наверное, наиболее распространенный и привычный пример абстрактного объекта — это натуральное число. Согласно нашей точке зрения на природу абстракций всякий абстрактный объект изначально являлся предикатом (не важно, физических вещей или ранее полученных абстрактных объектов). В случае натуральных чисел кажется, что это не так. Данная разновидность чисел представляется как явившаяся в абстрактной форме с самого начала, идет ли речь об онтогенезе или филогенезе познавательной деятельности. Однако более внимательное рассмотрение позволяет предположить, что гносеологически первичным будет все-таки число-предикат, а не число-объект. Прежде улавливается то общее, что присуще, казалось бы, совершенно различным ситуациям. Два человека и две звезды на небе, два барана и две дороги... Если не считать, что натуральные числа даны субъекту в готовом виде a priori, то предварительным условием образования абстракции двойки следует признать осознание упомянутой общности, которая, безусловно, имеет не физическую (какая может быть материальная связь между перечисленными ситуациями?), а чисто идеальную природу: 2(человека), 2(звезды), 2(барана), 2(дороги). Двойка — это то общее *свойство*, которое присуще каждой из названных, в других отношениях *совершенно различных*, ситуаций. Аналогичным образом возникает идея единицы, тройки, четверки и т.д. Затем устанавливаются связи между такими свойствами, но уже применительно к *однородным* предметам:

(*) Если собрать вместе 2(белых барана) и 2(черных барана), то будет 4(барана).

(Если собрать вместе два белых барана и два черных барана, то будет четыре барана.)

Очень сомнительно, что импликации (*) можно сразу приписать форму закона $2 + 2 = 4$. Правдоподобнее выглядит интерпретация, когда (*) рассматривается так же, как, например, следующие утверждения:

(**) Если на небе тучи и гремит гром, то будет дождь;

(***) Если сплавить Медь(кусок) и Олово(кусок), то получится Бронза(кусок).

(Если сплавить кусок меди и кусок олова, то получится кусок бронзы.)

Изначально (*), (**) и (***) и им подобные высказывания были всего лишь эмпирическими утверждениями, фиксировавшими многократно повторявшийся повседневный опыт, и ничем более.

От наличия одних свойств вещей или ситуаций умозаключали к наличию других свойств — только и всего. Надо полагать, что способные к научению животные остаются на этом уровне познания. Если они в состоянии выйти за рамки инстинктов и в рамках индивидуального опыта могут устанавливать связи между наличием одних свойств и появлением других, то сделать это они смогут и в отношении количественных свойств. Но мы впадем в антропоморфизм, если припишем им способность к образованию абстракций и изучению связей между ними. Допустим, животное отличает пару предметов от трех предметов того же рода. Это не означает, что оно отличает двойку от тройки, число «два» от числа «три». Да и люди отнюдь не всегда прибегают к абстрагированию. Каждый, обладающий сознанием, пользуется предикатом «Человек», однако далеко не каждый хотя бы однажды пытался понять, что значит быть человеком, какие предикаты имеет абстрактный объект «человек». Даже дети соответствующего возраста запросто определят, что существо x перед ними — животное (Животное(x)). Тем не менее назвать хотя бы одно характеристическое свойство абстрактного объекта «животное» затруднятся и многие взрослые.

В процессе абстрагирования, т.е. в процессе превращения предикатов каких-либо предметов или ситуаций в объекты рассмотрения, отвлекаются (как говорят, абстрагируются) от прочих предикатов этих предметов или ситуаций. Например, создание абстракции «2» сопровождается отвлечением от всех других характеристик ситуаций, кроме количественной — в данном случае наличия в ситуации пары предметов.

Наряду с объектно-предикатным способом членения универсума в науке широко используются функциональные описания вида (в простейшем случае) f(x) = y. Если функциональная зависимость относится к миру физических предметов, то ¬s¬t-объекты могут появляться справа от знака равенства. Например, «температура (данного куска железа) = 500 градусов Цельсия», физический предмет (кусок железа) приравнивается к ¬s¬t-объекту — числу 500. В физическом мире может существовать кусок железа, который обладает сферической формой и равной 500 градусам температурой. Но ни предикат «быть сферой», ни число «500» в физическом мире не существуют в качестве объектов. Однако в ментальном мире и этот предикат, и это число могут существовать в качестве объектов мысли вне прочих вещей.

Важно отметить, что в ментальном мире ¬s¬t-объекты получают статус самостоятельных в составе теорий, а не сами по себе. Точнее, если нет теории этих объектов, то нет оснований приписывать им данный тип существования. К.Поппер, когда указывал на подчиненную роль понятий (универсалий) в составе теории и призывал ошибочную проблему универсалий заменить проблемой теорий[86], был совершенно прав. Более того, существование ¬s¬t-типа в ментальном мире связано не с любого вида теорией. Идеальные объекты теории должны быть точно определены. В противном случае нельзя исключить изменения этих объектов во времени, т.е. мы рискуем получить не ¬s¬t-объекты, а ¬st-объекты. Степень точности теории, вводящей в рассмотрение ¬s¬t-объекты, определяется, среди прочего, возможностью доказывать ее средствами несуществование каких-либо объектов или конструкций. Как только в геометрии было доказано, что не существует конструкции, которая была бы логическим выводом пятого постулата из остальных, геометрия, несомненно, стала наукой о ¬s¬t-объектах. В любом случае всем требованиям строгости удовлетворяют формализованные теории.

§3. Существование в теориях и в текстах

Всякая теория может быть рассмотрена двояко: как объект физического мира и как ментальное образование. Первый аспект связан с тем, что теория есть некоторое множество материальных вещей, называемых знаками или символами. Это синтаксический аспект теории. То, что скрывается за знаками и символами, образует семантический аспект теории. Вопрос о том, можно ли редуцировать семантику к синтаксису, один из ключевых в проблеме типов существования. Иногда не видят особых сложностей в ответе на поставленный вопрос применительно к формализованным теориям. Утверждают, что семантика формальной теории может быть задана посредством другой формальной теории, более богатой, чем исходная, по своим выразительным возможностям. При этом не замечают, что тот же самый вопрос возникает в отношении второй теории, формализация ее семантики в третьей теории сдвигает проблему на эту третью теорию и т.д., до бесконечности. Но если решение проблемы откладывается до бесконечности, то это вообще не решение. Что еще хуже, даже в пределе процесс построения семантики одних теорий синтаксическими средствами других ничего, кроме нагромождения синтаксических конструкций, не порождает.

Преувеличение значения синтаксического момента за счет семантического встречается сплошь и рядом в работах по искусственному интеллекту[87] и не только там. Автономность третьего мира К.Поппера также в значительной мере базируется на необоснованной вере в однозначную связь значков на бумаге и скрытых за ними смыслов. Впрочем, сказано неудачно: ведь допущение некоего 'скрытого смысла' наводит на мысль, что семантические значения предзаданы синтаксисом, но неявным образом, подобно тому, как законы природы скрыты за эмпирическими явлениями. Остается только найти эти самые скрытые значения. В действительности область возможных семантических интерпретаций синтаксических образований или текстов настолько широка, что текст, вопреки Попперу[88] , можно считать не более чем бумагой с чернильными пятнами на ней, если только текст не был понят. Возражения К.Поппера сводятся к следующим пунктам. Во-первых, тексты книг не обязательно должны быть написаны людьми. Книга, содержащая таблицу логарифмов, может быть создана компьютером. Во-вторых, книга может остаться непрочитанной. Но в любом случае, согласно Попперу, книга потенциально может быть прочитана и понята, т.е. дешифрована. При этом неважно, кем и когда. Читатель может и не быть человеком. Способность быть потенциально понимаемой делает книгу автономной и тем самым принадлежащей третьему миру объективного знания. Чтобы помочь лучше уяснить свою мысль, К.Поппер приводит такой пример. Представим себе, что человеческий род исчез, а библиотеки остались. Книги из этих библиотек могут быть дешифрованы, скажем, пришельцами из космоса[89] .

Как мне кажется, К.Поппер ошибается, когда думает, что кляксы на бумаге содержат объективное знание, образующее особый автономный мир. Представим себе, что европейцам, не знающим ни слова по-китайски, поручили дешифровку книг на китайском языке, которые (для чистоты эксперимента) не содержат знаков и символов, понятных каждому образованному человеку (математических формул, графиков, иллюстраций, чертежей и т.п.). Без этих общеизвестных знаков работа по дешифровке обречена на неудачу. Причина, надо полагать, в том, что синтаксические образования находятся в случайном отношении к семантическим значениям. Звучащая и письменная речь — это результат конвенции, частью стихийной, частью сознательной, принятой одной группой людей и неведомой для остальных человеческих существ, не знакомых с ее правилами.

Верно, конечно, что написанная книга не обязательно будет прочитана; верно и то, что книги не обязательно должны создаваться людьми. Н.Винер описал следующий мысленный эксперимент. Представим себе собрание обезьян, беспорядочно нажимающих клавиши пишущих машинок. «Можно предположить, — продолжает Н.Винер, — что, работая так в течение многих лет, они переберут почти все возможные комбинации букв алфавита и слов словаря... Рано или поздно, они, может быть, напечатают все драмы Шекспира»[90]. Однако основоположник кибернетики выбрал не очень удачный пример. Разумеется, вероятность того, что в ходе обезьяньего «творчества» будут напечатаны драмы Шекспира, отлична от нуля. Но в каждый момент времени t отлична от нуля и вероятность того, что эти драмы не будут напечатаны к моменту времени t. Вниманию читателя предлагается другой пример, гарантирующий появление за конечный (хотя и очень большой) промежуток времени не только всех драм Шекспира, но и всех стихотворений А.С.Пушкина, романов Л.Н.Толстого, статей выдающихся физиков и математиков и т.д. Рассмотрим следующую программу на Паскале, которую назовем WRITER.

```
LABEL 1;
CONST MINCODE = 32;
 MAXCODE = 255;
 MAXLENLIST = 1920;
VAR FIRSTCODE, LASTCODE,
 LENLIST, POINTER, I : INTEGER;
 LIST : ARRAY[1..MAXLENLIST] OF INTEGER;

PROCEDURE PRINT;
 BEGIN
 WRITELN;
  {WRITELN('очередной список');}
 FOR I:=1 TO LENLIST DO
  WRITE(CHR(LIST[I]));
 END;

BEGIN
 WRITELN;
 WRITELN('ПРОГРАММА ПОЛНОГО ПЕРЕБОРА СПИСКОВ СИМВО-
ЛОВ');
 WRITELN;
 REPEAT
 WRITE('Введите код первого символа ');
  READLN(FIRSTCODE);
```

```
 WRITE('Введите код последнего символа ');
 READLN(LASTCODE);
 WRITE('Введите длину списка символов ');
 READLN(LENLIST);
 UNTIL
(MINCODE<=FIRSTCODE)AND(FIRSTCODE<LASTCODE)AND(LASTCODE<=MAXCODE)
AND (1<=LENLIST) AND (LENLIST<=MAXLENLIST);
 FOR I:=1 TO LENLIST DO
 LIST[I]:=FIRSTCODE;
 PRINT;
 POINTER:=1;
 REPEAT
 REPEAT
 LIST[POINTER]:=LIST[POINTER] + 1;
 PRINT;
 UNTIL LIST[POINTER]=LASTCODE;
 WHILE LIST[POINTER]=LASTCODE DO
 BEGIN
 POINTER:=POINTER+1;
 IF POINTER > LENLIST THEN GOTO 1;
 END;
 LIST[POINTER]:=LIST[POINTER] + 1;
 REPEAT
 POINTER:=POINTER-1;
 LIST[POINTER]:=FIRSTCODE;
 UNTIL POINTER=1;
 PRINT;
 UNTIL FALSE;
1:END.
```

WRITER является программой полного перебора всевозможных списков символов или текстов любой длины, не превышающей значение константы maxlenlist. В данном варианте значение этой константы равно 1920 (24 строки * 80 символов в строке), но, само собой понятно, оно может быть увеличено на любое доступное вашей машине число. Коды символов могут быть любые из области от 32 до 255. Контроль за тем, чтобы в процесс перебора не были вовлечены управляющие символы, возлагается на пользователя. В названную область вмещается достаточно много: символы латинского алфавита и кириллицы, знаки препинания, запрограммированные пользователем математические и другие специальные символы. Программа WRITER запросит коды первого и последнего символов алфавита, который вы пожелаете использовать, и попросит определить длину перебираемых текстовых блоков. Например, если будут последовательно указаны числа 32, 253 и 1920 (примерная длина в символах стандартной страницы машинописного текста), то WRITER последовательно, один за одним, воспроизведет *все возможные* одностраничные тексты, написанные в 222-буквенном алфавите. Кроме стихов Пушкина и сонетов Шекспира на языке оригиналов тут будут и различные переводы этих произведений соответственно с русского на английский и с английского на русский, доказательство (при наличии в алфавите достаточного набора математических символов) теоремы Кантора о несчетности множества действительных чисел и многое, многое другое. К сожалению, подавляющая часть генерируемых текстов будет более бессмысленной, чем бред сумасшедшего. Хотя весь процесс перебора завершается за конечное время, ждать появления шедевров придется очень долго. Пусть, например, очередная страница текста формируется компьютером за 1 секунду. Тогда потребуется 222^{1920} секунд, чтобы закончить вычисления. Неизвестно, просуществует ли столько Вселенная.

Программа WRITER, по-видимому, идеально удовлетворяет требованиям К.Поппера: она, не будучи человеком, пишет тексты; эти тексты в подавляющем большинстве никто и никогда не будет читать; нет даже необходимости сохранять библиотеки после гибели цивилизации: любая страница любой из книг на русском или английском будет воссоздана ею. Так что же, WRITER создает мир автономного и объективного знания? Ведь тексты, которые будут признаны гениальными через сотни и тысячи лет после нас (если человечество будет существовать), также рано или поздно появятся в результате деятельности этого универсального «писателя». Даже ненаписанные А.С.Пушкиным стихотворения будут все до одного написаны WRITER-ом! Действительно, любое стихотворение на русском языке, умещающееся в 1920 символов, непременно попадет в список стихотворений, сгенерированных программой. Мне представляется, что данная машинная программа порождает синтаксические конструкции, но не семантические значения. Пример с программой WRITER наглядно показывает, что тексты сами по себе — мертвые груды клякс на бумаге. Даже если в результате ее функционирования удалось получить в приемлемое время нечто достойное внимания, то это означает лишь то, что нашлась комбинация синтаксических значков, которой можно приписать смысл, т.е. его там *не было*, он был *вешним образом* сопоставлен значкам в тот момент, когда текст был прочитан. Если исчезли знающие конвенцию, в соответствии с которой данному тексту приписывается смысл, то этот текст — не более, чем бессмыслица. Представим себе, что каждому иероглифу китайского языка сопоставлена последовательность букв русского алфавита таким образом, что разным иероглифам соответствуют разные последовательности, причем не обязательно эти последовательности образуют осмысленные слова, а если и образуют, то их смысл не связан со значением иероглифов. Допустим, что некто знает китайский язык. Но если ему предъявлены цепочки последовательностей, но не даны правила соответствия последовательностей и иероглифов, то текст не будет понят, так же как не будет понят он человеком, который знает правила соответствия, но не знает китайского языка. Между тем среди текстов WRITER-а будут и такие тексты на псевдорусском, которые, конечно, будут восприниматься как бессмысленные и знатоками китайского, и знающими русский язык. Я хочу сказать, что не обязательно *заранее* придумывать правила перевода с китайского на псевдорусский. Важно как раз то, что в массиве текстов, порожденных нашей компьютерной программой, смыслы некоторым изначально бессмысленным текстам можно приписать *задним числом*, превратив ничего не значащий текст в осмысленный. Изначально текст как физический объект лишен семантических характеристик.

Рассмотрим еще один пример. Предположим, нам известны правила синтаксиса языка исчисления предикатов первого порядка. Рассмотрим в этом языке следующую аксиоматическую формальную теорию.

1. $\forall x \neg (x < x)$
2. $\forall x \forall y \forall z (x < y \,\&\, y < z \rightarrow x < z)$
3. $\forall x \forall y (x < y \vee y < x \vee x = y)$
4. $\forall x \exists y (x < y)$

Из перечисленных четырех аксиом по правилам исчисления предикатов можно выводить следствия. Правила эти настолько точны, что выведение следствий можно поручить компьютеру. Но что означают эти аксиомы, какие объекты описываются данной теорией? Попробуйте ответить, если вы не знакомы с математикой и логикой. Вас, как и компьютер, можно обучить процессу выведения следствий из аксиом, но сколько бы вы ни выводили, вы никогда не поймете, что за мир вы описываете, если, конечно, не будете смотреть в руководства по логике. Итак, есть текст, есть правила порождения новых текстов из исходного, но нет интерпретации полученных текстов. На самом деле перед вами три возможности: вообще отказаться от поисков семантики этих текстов, ограничившись чисто синтаксическими преобразованиями; воспользоваться существующими интерпретациями; придумать свою интерпретацию (одну или несколько). В любом случае наивно думать, что синтаксические структуры предопределяют семантику. Например, в стандартной интерпретации данной теории аксиома 4 утверждает, что число объектов рассмотрения бесконечно. Но никакие конечные комбинации значков не воплощают в себе идею бесконечного. Это чисто семантическая идея. Тому, кто *уже знает*, что это такое, можно с помощью синтаксических значков *развить* понимание данной идеи и сделать его более глубоким. Но если помыслить существование разума, начисто лишенного идеи актуальной бесконечности, то никакими комбинациями значков в него ее не привнести.

Может быть, приведенное рассуждение покажется слишком искусственным и потому неубедительным, но вот пример из истории науки, имеющий тот же самый смысл. Я имею в виду так называемый *парадокс Сколема*, состоящий в том, что первопорядковая теория множеств — теория, смело вводящая в рассмотрение несчетные бесконечные совокупности, — оказалась интерпретируемой на счетных областях. Счетность языка этой теории не позволяет выразить идею несчетности, хотя в самой теории доказуема уже упоминавшаяся теорема Кантора о существовании несчетных множеств. Есть некая комбинация значков, которая может быть прочитана как *существует несчетное множество*. В то же время, если существует хотя бы одна интерпретация теории множеств, то существует и интерпретация, в которой все множества счетны[91]. И здесь синтаксис нас ни к чему не обязывает. Пишем *несчетно*, но интерпретируем как *счетно*.

Вывод из сказанного состоит в том, что миров все-таки два, а не три. Знание не объективируется в текстах и других культурных продуктах как таковых. Оно целиком принадлежит ментальному миру и нуждается в текстах лишь для того, чтобы существовать в этом мире. Отношение знаний к текстам примерно такое же, как отношение мозга к мышлению: вы можете, утверждал в «Монадологии» Г.Лейбниц, вообразить увеличенный мозг и войти в него как в мельницу, увидеть происходящее там, но не встретить ничего, что напоминало бы мышление[92]; аналогичным образом вы можете изучить текст вдоль и поперек, выучить его наизусть и т.п. — и при этом оставаться в неведении о замысле того, кто этот текст создавал. Как показывает пример с программой WRITER, нет даже гарантии, что текст создан для передачи осмысленного сообщения. Разделяемая многими мысль о том, что в физических значках воплощены ментальные объекты, сродни не менее широко распространенной мысли, что в нейронах, синапсах и прочих структурах мозга скрыта тайна мышления. Эти точки зрения ошибочны. Верно, конечно, что ментальному миру для своего существования требуется нормально функционирующий мозг и объективация в текстах. Но отсюда не следует, что физические характеристики мозга и текстов способны замещать феномен ментальности. Отличие ментальных объектов от физических в том, что первые не занимают места в пространстве, тогда как последние требуют места для размещения. Но, как уже говорилось, есть два рода ментальных объектов — ¬s¬t-типа и ¬st-типа. Если существование ¬s¬t-типа связано с фиксированными ментальными объектами, то ¬st-существование — это процесс постоянных изменений.

Наиболее естественным состоянием человеческого мышления является пребывание в окружении ¬st-объектов. Не зря многие философы говорили о потоке сознания. Это действительно поток не останавливающегося порождения все новых и новых мыслей, каждая из которых скорее является продолжением предыдущих, чем не имеющим предшественников новообразованием. Это тот самый мир 'мнений', который был противопоставлен элеатами идеальному и неподвижному миру ¬s¬t-реальности. Открытие ¬s¬t-объектов привело к возникновению науки, но в течение миллионов лет человек обходился без представлений об идеальном. Для успешных *действий* в повседневной обстановке достаточно наличия ¬st-знания о реальности. Но выразить ¬st-знание в словах — более трудная задача, чем лингвистическое представление ¬s¬t-знания. Оказалось, например, что научить компьютер решать абстрактные задачи легче, чем справляться с элементарными проблемами, ежеминутно возникающими при попытке действовать в реальном мире. Кажется, что надежды на редукцию всего массива человеческих знаний к ¬s¬t-знаниям несбыточны. Когда мы переходим улицу перед быстро приближающимся автомобилем, мы оцениваем ситуацию не в терминах теорий и универсалий, а в темпоральном смысле: сцена взаимных движений в нашей голове развивается быстрее, чем реальная ситуация. Мы непосредственно видим результат и в соответствии с ним решаем, переходить дорогу или переждать. Вряд ли при этом мы выступаем в роли теоретиков. Скорее следует признать фундаментальную неполноту всякого теоретического описания по отношению к реальности. Теория схватывает реальность только в ее неподвижности, в ее постоянных чертах. Со своей стороны, развивающиеся модели реальности, которые мы непрерывно строим, не способны вывести нас за рамки наличной ситуации и, таким образом, также неполны. Наилучшие результаты получаются при комбинировании этих двух типов ментальных конструкций.

Несмотря на неполноту представления физической реальности как при помощи ¬s¬t-объектов, так и при посредстве ¬st-объектов, самостоятельность или автономность ментального мира обнаруживается в *избыточности* его объектов, зачастую не имеющих прямого отношения к физическому миру. Очень просто это доказывается для ¬s¬t-объектов. Известно, что в теории множеств (при условии ее непротиворечивости) имеются утверждения о существовании, которые не только сами в ней недоказуемы, но недоказуемы также и их отрицания. Пусть A — такое утверждение. В мире физических вещей A и ¬A не могут быть вместе истинными. Следовательно, одно из этих утверждений ложно. Объекты, существование которых утверждается ложным высказыванием, являются объектами, не существующими в физической реальности. Но данное высказывание, присоединенное к теории множеств, не сделает ее противоречивой. Значит, в ней появятся в качестве существующих те самые объекты, которые избыточны по отношению к st-реальности и которые тем самым доказывают автономность ментального мира, его не сводимость к физическим вещам и предметам.

Аналогичное доказательство для ¬st-объектов невозможно предъявить. Слишком они изменчивы — их трудно или даже нельзя зафиксировать в словах. Можно лишь высказать соображение общего характера. За всю историю человеческого разума было высказано столько различных утверждений о физическом мире, что по крайней мере некоторые из них не имеют к нему отношения. Динамических моделей мира порождается больше, чем требуется, и не все из них удачны. Если согласиться с этим, то автономность ментального мира будет обусловлена также и ¬st-объектами.

В соответствии с принятой в эпистемологии классификацией, рассмотренная концепция может считаться реалистической[93]. Выдвинутую онтологическую позицию следует причислить к *триализму*. В нынешнем своем виде триализм далек от завершения, но, как мы надеемся, заложенные в нем потенции смогут помочь по-новому взглянуть на многие старые философские проблемы.

ЧАСТЬ III. СТАНОВЛЕНИЕ И ПОЗНАНИЕ

Глава 7. Двойственность знания

§1. Проблема временно́й неопределенности

Знание, подобно древнеримскому богу Янусу, имеет как бы два лица, смотрящие в противоположные стороны и в человеческом мышлении несуществующие одно без другого. Первый лик знания обращен ко времени, второй отвернут от него. Различение темпоральной и вневременной сторон знания оказывается непростым делом, и потому в эпистемологии либо лики знания сливаются, либо признается наличие только одного из них, по крайней мере в качестве подлинного знания или его высшей ступени.

Как только знание стало объектом философской рефлексии, возобладала позиция, согласно которой знание об изменяющихся вещах невозможно. Это хорошо известный факт. Как-то меньше обращается внимание на то, что отсюда следует вывод о неизменности знания. Меняются мнения, а не знания, соответствующие неподвижному бытию. Можно знать больше или меньше, но нельзя назвать знанием то, что требует исправления, коррекции, внесения изменений. Можно добавить к имеющемуся знанию новое и можно забыть то, что знал раньше, но знания остаются самими собой. Вспомнив забытое, мы вспомним то же самое, а не иное. Я.Хинтикка, проанализировавший основания таких взглядов, пришел к внешне парадоксальному выводу, что первые эпистемологи — древнегреческие мыслители, — принимая тезис о неизменности знания, отдавали предпочтение утверждениям с временной неопределенностью, которые ныне не находят применения в науке[94]. Примером утверждения с временной неопределенностью является высказывание «Сократ сидит». Истинно это утверждение или ложно? Истинно, если в момент его произнесения Сократ действительно сидит, и ложно в противном случае. Поэтому в одни периоды времени оно истинно, а в другие ложно. Но само знание, заключенное в этом высказывании, не меняется.

Надо полагать, что тезис о неизменности знания, зафиксированного в некотором суждении, основывался на представлении о *самотождественности* объектов и предикатов мысли. Если бы объект «Сократ» и предикат «сидит» каждый раз были другими, знание о них было бы невозможно и на вопросы «Кто сидит?» и «Что значит “сидит”?» нельзя было бы дать осмысленный ответ. Однако самотождественный объект то и дело попадает в различные ситуации, которые тасуют присущие ему предикаты, также сохраняющие самотождественность при всех обстоятельствах. Таким образом, неизменные объекты и предикаты могут по-разному связываться между собой и притом случайным образом: Сократ то сидит, то не сидит, и в результате меняющиеся положения дел требуют для своего описания то одних высказываний с временной неопределенностью, то других.

В устной речи особых проблем в этой связи не возникает, так как произносимые суждения с временной неопределенностью без труда соотносятся с одновременно имеющим место положением дел. Напротив, записанное высказывание с временной неопределенностью теряет привязку к конкретному моменту времени. Как в такой ситуации оценить истинностное значение предложений типа «Сократ сидит»? Существует несколько путей выхода из тупика. Во-первых, в философии и науке можно ограничиться только такими утверждениями с временной неопределенностью, истинностные значения которых не меняются с течением времени. Этого варианта решения придерживались Платон, Аристотель и другие древнегреческие философы. Во-вторых, можно вообще отказаться от использования в текстах предложений с временной неопределенностью. Именно по этому пути пошла современная наука.

Опишем вторую из названных альтернатив более подробно. Сейчас многим кажется несомненным, что все трудности исчезают, если в наши высказывания о мире вставлять явные упоминания о времени совершения тех или иных событий. «Сократ сидит в момент времени t» — и остается только вставлять вместо переменной t конкретные даты, получая ложные или истинные *на все времена* высказывания. Все так просто... Поэтому проблема вовсе не в том, чтобы избавиться от предложений с временной неопределенностью, а в том, почему этого не сделали раньше. Я.Хинтикка, заинтригованный этой «непонятливостью» античных мыслителей, предлагает целый веер дополняющих друг друга вариантов объяснения рассматриваемого факта. Здесь и демонстрация того, что греки устную речь ставили выше письменной, и указание на отсутствие в Древней Греции развитой системы летоисчисления, и многое другое[95]. Все это, по всей видимости, верно. Действительно, ориентация на устную речь, с ее опорой на высказывания с временной неопределенностью, объясняет, почему и в текстах стремятся сохранить высказывания этого типа. А определенное временное высказывание не так-то просто сформулировать, если под рукой нет календаря. Но есть обстоятельство, ускользнувшее от внимания финского логика. Оно касается самого разделения овремененных высказываний на неопределенные и определенные.

С доминирующей в современной логике точки зрения предложения вида «В Москве идет дождь», «Сократ сидит», «В Хельсинки хорошая погода» и т.п. не являются правильными высказываниями, то есть им нельзя приписать истинностного значения. Такими предложениями можно пользоваться в устной речи и в художественной литературе (способной в письменной форме воспроизводить событие привязанного к конкретному времени устного общения), но не в научных текстах, требующих от овремененных высказываний точного указания на момент или период времени совершения описываемых событий, явного упоминания конкретного значения параметра t.

Выставленное логикой требование придавать определенность овремененным высказываниям за счет явного упоминания соответствующих дат не только не выполняется, но и не выполнимо. Историки будут по-прежнему писать о событиях, используя предложения с временной неопределенностью. Например, вряд ли кто-то из них будет оспаривать истинность или хотя бы правомерность использования предложения «Среди культовых сооружений Москвы выделяется храм Христа Спасителя». Это предложение со скрытой временной неопределенностью. Действительно, наличие у предложений свойства временной неопределенности определяется зависимостью от времени их произнесения или написания[96], а рассматриваемое предложение обладает такой зависимостью, поскольку оно несколько раз меняло свое истинностное значение на протяжении времени. Дело даже не в том, многократно ли меняло предложение свою истинностную оценку. Достаточно, чтобы перемена временноой перспективы хотя бы однажды приводила к изменению истинностных характеристик предложения. Возьмем предложение «Заратустра был основателем зороастризма». Сейчас оно истинно, но разве можно его признать таковым, будь оно произнесено в детский период жизни будущего пророка? Тогда скорее следовало бы сказать «будет основателем», а не «был».

Более того, нередко на практике попытка придать предложению временную определенность приводит к потере уверенности в его истинности. Утверждения «Заратустра основал зороастризм в VI в. до н.э.» и «Заратустра основал зороастризм в XVI в. до н.э.» не могут быть вместе истинными, но каждое принимается каким-либо специалистом. Следовательно, от практически несомненного «Заратустра основал зороастризм» приходим к определенным во времени, но сомнительным утверждениям, поскольку «расхождения в датировке, достигающие у современных исследователей тысячи лет и более, отражают и подчеркивают то обстоятельство, что в дошедших до нас источниках нет надежных конкретных данных для определения времени жизни Заратустры»[97]. Вряд ли нужно настаивать, что затруднения подобного рода в высшей степени характерны для исторического познания.

Но суть проблемы лежит еще глубже. Есть философская позиция, из которой следует, что предложения с временной неопределенностью останутся таковыми и после того, как в них вводится в явном виде параметр времени. Воспользуемся примером Дж.Э. Мак-Таггарта, обсуждавшего событие смерти королевы Анны Стюарт. Согласно Мак-Таггарту, характеристики этого события остаются постоянными — это именно смерть, имеющая определенные причины и следствия, смерть именно Анны Стюарт и т.д. Каждая такая характеристика остается неизменной. Лишь в одном отношении происходят изменения: данное событие было в будущем, потом осуществилось, затем стало прошлым[98]. Ясно, что предложение «Королева Анна Стюарт умерла» является предложением с временной неопределенностью: в период царствования Анны (с 1702 до 1714 гг.) оно было ложно, а затем, с 1714 г. стало истинным. Попытаемся избежать временной неопределенности, указав время события: «Королева Анна Стюарт умерла в 1714 году». Устранили мы тем самым временную неопределенность?

Ответ на поставленный вопрос зависит от принятия статической или динамической концепции времени. В статической концепции каждое событие, произошедшее в какое-то время, существует точно в таком же смысле, как и события любого другого времени. Скажем, событие смерти автора данных строк существует в универсуме на тех же основаниях, что и событие их написания. Поэтому дизъюнкция *А умер в 1997г.* $\vee$ *А умер в 1998г.* $\vee \ldots \vee$ *А умер в 2997г.* истинна уже сегодня, поскольку один из ее членов заведомо истинен. Для статика событие смерти Анны Стюарт в

1714 г. *всегда* существовало и потому высказывание «Королева Анна Стюарт умерла в 1714 году» *всегда* было, есть и будет истинным. В динамической концепции, напротив, считается, что будущее не имеет никакого бытия или, во всяком случае, имеет бытие, отличное от бытия актуального настоящего и прошлого. Отсюда вытекает, что во времена Гая Юлия Цезаря, возможно, просто не существовало времени, в котором пребывала Анна Стюарт, и, значит, событие ее смерти не было будущим. В те времена было неизбежным событие смерти Цезаря, но и тут будущее не было полностью фиксированным: заговор мог быть раскрыт, Цезарь мог умереть от внезапной болезни и т.д. Аналогичным образом прошлое существует иначе, чем настоящее. Уход в прошлое сопровождается потерей предикатов некогда существовавших вещей, и как знать, быть может, когда-нибудь в веках начисто потеряются следы существования диктатора Юлия Цезаря и королевы Анны Стюарт[99].

Вывод очевиден: принятие статической концепции ведет к устранению временной неопределенности в предложениях, содержащих указание на дату совершения события, тогда как принятие динамической концепции времени не избавляет нас от нее и при использовании таких предложений. Иллюзия успешной элиминации временной неопределенности из наших знаний возникает благодаря применению лишь одного из возможных подходов к пониманию того, что такое время и какова его природа. При другом, динамическом подходе к проблеме времени временная неопределенность может оставаться и в предложениях с точно указанной датой события. А раз так, то зачем обязательно стремиться к введению датировок событий? — Там, где это уместно, можно обойтись и без таковых.

В подтверждение сказанного обратимся к знаменитому фрагменту из трактата Аристотеля «Об истолковании» — главе 9, в которой обсуждается проблема эпистемологического статуса высказываний о будущих случайных событиях[100]. Этот небольшой аристотелевский текст вызвал появление несоизмеримо большого числа статей и даже книг, посвященных анализу содержащихся в нем идей[101]. В чем причина такого интереса к фрагменту? Скорее всего в том, что эти идеи совершенно не вписываются в господствующую логическую парадигму, основанную на статической концепции времени. Аристотель же, вне всяких сомнений, был сторонником динамической концепции[102]. Отсюда фундаментальное различие между высказываниями о прошлом и настоящем, с одной стороны, и будущим — с другой: «Итак, относительно того, чтó есть и чтó стало, утверждение или отрицание необходимо должно быть истинным или ложным... Однако не так обстоит дело с единичным и с тем, чтó будет»[103]. Единичное случайное событие, если оно уже совершилось, позволяет формулировать о нем либо истинные, либо ложные высказывания. Если же оно относится к несуществующему будущему, ему только еще предстоит произойти или не произойти. Поэтому в момент настоящего высказывание о том, произошло ли будущее случайное событие или нет, еще *не стало* истинным или ложным, «ибо с тем, чтó не есть, но может быть и не быть, дело обстоит не так, как с тем, чтó есть»[104]. В качестве примера такого события Аристотель разбирает завтрашнее морское сражение. Необходимо лишь то, что оно будет или не будет, но не то, что оно необходимо будет или необходимо не будет[105]. Высказывания «Завтра произойдет морское сражение» и «Завтра морское сражение не произойдет» пока не истинны и не ложны, или, как говорит Аристотель о суждениях такого типа, «не немедля» истинны или ложны[106].

Получат ли высказывания о будущих случайных событиях определенную истинностную оценку, если указать дату совершения события? Известно, например, что почти за столетие до рождения Аристотеля в 480 г. до н.э. при Саламине произошло победное для греков морское сражение с персами. Известно также, что в стане греков были противники проведения морского сражения, так что Фемистоклу пришлось пойти на хитрость, чтобы спровоцировать Ксеркса к нападению на греческий флот. А если бы провокация не удалась? — Морское сражение в указанное время в упомянутом месте могло и не произойти. Представим теперь, что в 481 г. до н.э. произносится или записывается высказывание «В первый год 75 олимпиады при Саламине произойдет морское сражение». Первые Олимпийские игры, состоявшиеся в 776 г. до н.э., дают такую же абсолютную точку отсчета времени, как и счет от Рождества Христова, поскольку должны были происходить регулярно каждые четыре года[107]. Поэтому дата «первый год 75 олимпиады», соответствующая 480 г. до н.э., определена на абсолютной шкале времени (с поправкой на греческое представление о длительности года и времени его начала, приходившегося на середину лета), в отличие от ситуации, когда для указания времени используются такие неопределенные во временном отношении слова, как «теперь», «сегодня», «завтра», «вчера», «в прошлом году», «в следующем году» и т.д. Тем не менее возникает та же трудность с приписыванием истинностной оценки высказыванию с датой, что и высказыванию без таковой. Ведь высказывание «В первый год 75 олимпиады при Саламине произойдет морское сражение», отнесенное к 481 г. до н.э., описывает еще не состоявшееся случайное событие будущего.

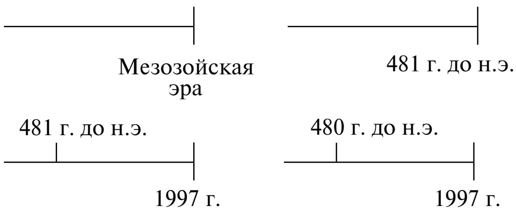
Речь идет именно о случайных будущих событиях, поскольку высказывания о том, что совершается по необходимости, будут истинны или ложны независимо от момента их произнесения или написания. В результате, по нашему мнению, центр тяжести падает не на разделение темпоральных высказываний на датированные (и потому якобы определенные во времени) и не содержащие даты, а на разделение их на определенные во времени и неопределенные во времени. Определенные во времени высказывания описывают либо то, что стало, либо то, что вообще не знает становления. Если морское сражение случайно состоялось, то высказывания о нем будут истинны или ложны на все оставшиеся времена. Еще лучше, когда положение дел не может быть иным, когда оно воплощает в себе необходимость. Каким бы ни было событие, оно в каждый момент времени либо существует, либо не существует, либо будет, либо нет, ибо «все необходимо есть или не есть, а также будет или не будет»[108]. Напротив, высказывания о не ставшем, о подверженном изменению существовании то истинны, то ложны, а то и вообще не допускают приписывания определенного истинностного значения. В таком случае получает объяснение настойчивое стремление ряда античных мыслителей найти неподверженное всеразрушающему потоку времени стабильное бытие, относительно которого либо можно сказать, что оно было, либо что оно было, есть и будет.

Понятно, что про то, что было, есть и будет, можно высказываться в любое время. Однако про то, что было, но могло бы в принципе и не быть или быть иным, с точки зрения основывающегося на статической концепции времени современного логика, нельзя просто сказать: «Это было». Для Аристотеля сражение при Саламине было, а для Пифагора — нет. Типичное высказывание с временной неопределенностью. Но сторонники динамической концепции времени, в том числе Аристотель, рассуждают иначе. Высказывающийся также захвачен потоком становления. Но время идет вперед, и его течение нельзя повернуть вспять, поэтому в привилегированном положении находится тот, для кого событие уже в прошлом. Пифагор не мог бы сказать «Морское сражение при Саламине было». Тот, кто перестал существовать, кто находится в прошлом, потерял и возможность вести дискуссию. Это привилегия находящегося в настоящем. А каждый раз новое настоящее не меняет прошлого, поэтому высказывающийся *сейчас* о морском сражении в первый год 75 олимпийских игр поневоле говорит либо истину, либо ложь. Аналогичным образом, высказывание «Заратустра был основателем зороастризма» в *действительности* истинно. И так на все оставшиеся времена. Можно найти моменты времени прошлого, когда эти высказывания не могли бы получить определенной истинностной оценки. Но прошлые моменты уже не существуют в качестве настоящих. Нельзя приравнивать, как это делают статики, бытие в прошлом и *настоящее*, подлинное бытие. Правом категорического суждения о единичном случайном событии обладает тот, для кого это было, а не тот, для кого это будет. В итоге, чтобы произнести истину о происходившем, вовсе не обязательно прибегать к датировкам. Достаточно указать, что это было, поскольку прошлое всегда остается прошлым, в отличие от уходящего настоящего и приходящего будущего.

§2. Типология отношений высказываний ко времени

Как мы видели, высказывания о случайном будущем являются неопределенными независимо от того, содержат они дату этого будущего или нет. Однако высказывания о прошлом, в том числе о случайном прошлом, определенны, то есть либо истинны, либо ложны, опять-таки независимо от наличия или отсутствия указания на дату. Следует отметить, что имеется более радикальная трактовка динамической концепции времени, в которой прошлое также подвержено изменениям и потому в ней рассуждения Аристотеля о ставшем утрачивают силу[109]. Но в любом случае принятие этой концепции позволяет выделить три типа отношений высказываний ко времени.

Во-первых, это *временная неопределенность*, связанная с высказываниями о меняющемся настоящем («Сократ сидит», «Сейчас при Саламине идет морское сражение» и т.п.) и о случайном будущем. Высказывания о меняющемся настоящем в зависимости от момента произнесения могут быть истинными, ложными или бессмысленными. Высказывания о случайном будущем также могут быть истинными, ложными или бессмысленными, но у них появляется еще одна истинностная характеристика — неопределенность. Так высказывание «В следующем году при Саламине будет морское сражение» предполагает как минимум наличие людей и боевых кораблей. Очевидно, что, задавшись вопросом об истинностной оценке этого высказывания во времена до появления человека, например, в мезозойскую эру, когда в универсуме еще не было его *будущих* референтов, следует признать отсутствие такой оценки, то есть признать данное высказывание бессмысленным. Рассматривая 481 г. до н.э. как *настоящий*, приходим к выводу о неопределенности, но не бессмысленности данного высказывания (о чем шла речь выше). Оценивая его задним числом, когда времена до н.э. оказались в *прошлом*, мы понимаем, что грек, произнеси он эту фразу в 481 г. до н.э., случайно сказал бы истину. Наконец, при тех же условиях отнесения к *прошлому*, произнесение этой же фразы в 480 г. до н.э. было бы ложью (как известно, в 479 г. до н.э. сражения при Саламине не было).



Четыре ситуации отнесения рассматриваемого высказывания к шкалам динамического времени с различными моментами настоящего или с различными моментами произнесения высказывания при одном и том же настоящем проиллюстрированы на рисунке. Что произойдет, если в рассматриваемое высказывание ввести в первых трех ситуациях дату «первый год 75 олимпиады», а в последней дату «второй год 75 олимпиады» (ведь четвертая ситуация действительно отсылает ко второму году 75 олимпиады)? Вновь последовательно получим характеристики «бессмысленно», «неопределенно», «истинно» и «ложно». Как уже было сказано, датировка событий не избавляет от временной неопределенности, если принимается динамическая концепция времени. Высказывания о меняющемся настоящем и случайном будущем можно назвать высказываниями о *врееменном*.

Во-вторых, это *временная определенность*, когда высказывания касаются того, что (а) всегда было, есть и будет, или, по крайней мере, относятся к тому, что (б) стало или было. Эти высказывания всегда либо истинны, либо ложны в случае (а) и либо истинны, либо ложны сейчас и всегда будут либо истинны, либо ложны в случае (б). Назовем их высказываниями о *вечном* в сильном (а) и слабом (б) смысле. Аристотелевская трактовка динамической концепции времени к вечным в сильном смысле позволяет отнести овремененные необходимые высказывания типа «Любое событие либо будет, либо не будет», «Всякое событие либо было, либо не было» и т.п. Принимая во внимание, что высказывание о происходящих событиях может не иметь референтов в какие-то периоды времени, требуется рассматривать термин «событие» как имеющий разные объемы в разные времена. Поэтому снимать квантор всеобщности на конкретное событие небезопасно: высказывание «Люди либо изобретут, либо не изобретут транзистор» будет бессмысленно вплоть до начала нашего века. Мы бы рискнули добавить к высказываниям о вечном предложение «Физический мир существует». Но предложение «Атомы существуют» уже вызывает сомнения в принадлежности его к высказываниям о вечном, учитывая имеющиеся физические теории.

К высказываниям о вечном в слабом смысле, следуя Аристотелю, должны быть отнесены все высказывания о случайном прошлом. Высказывание «Сражение при Саламине было» истинно сейчас и всегда будет истинно, но оно не необходимо истинно. Радикальный вариант динамической концепции времени предусматривает возможность полного исчезновения следов происшедших событий, что приведет к потере референтов некоторых высказываний о прошлом. Если следы существования изобретателя колеса растворились в потоке времени, то высказывательная форма «X первым изобрел колесо» не станет истинной или ложной, если вместо X подставлять конкретные имена. Все же радикальная теория не настаивает на том, что следы *любого* случайного прошлого события обязательно полностью исчезнут с течением времени. Быть может, некоторые однажды случившиеся события настолько укоренились в бытии, что их следы всегда будут существовать. Кроме того, что значит «всегда»? На наш взгляд, избегающая Абсолютов современная философия нуждается в реалистической интерпретации подобных понятий. Для нас *всегда* означает невозможность поставить чему-то границу *внутри* доступного объективному исследованию временного потока. Если действительно наша Вселенная существует, как уверяют, около 20 миллиардов лет, то «всегда было» относится к этому сроку, а рассуждать о том, что было 200 миллиардов лет назад, бессмысленно. Аналогичным образом «всегда будет» касается обозримого научными методами будущего. Дальше других заглянул И.С.Шкловский, написавший о том, что будет со Вселенной лет этак через $(10^{10})^{26}$ и даже больше[110]. Такие отрезки времени вполне можно считать вечностью. Если пожелать еще удлинить их, то нужно соблюсти одно требование: увеличение временных интервалов достигается не нагромождением числовых степеней, а описанием все более отдаленных во времени событий, пусть даже гипотетических. Ибо *времени вне наполняющих его событий не существует*. Наконец, понятие вечности (в обоих смыслах) можно релятизовать привязкой к определенному фундаментальному историческому процессу. Не обязательно это должен быть процесс развития физической вселенной. Это может быть вселенная людей или вселенная культуры, вселенная жизни или вселенная сознания, — в любом случае, масштаб времен совершенно меняется. В этой связи утверждения о том, что имя Аристотеля навечно вписано в культурную традицию, что битва при Саламине навсегда останется в анналах истории, и тому подобные высказывания о вечности в слабом смысле являются не гиперболами, а достаточно точными констатациями реальных положений дел. Аналогичным образом, высказывания об универсальных характеристиках жизни, сознания, культуры и гражданской истории будут высказываниями о вечном в сильном смысле независимо от того, истинны они или ложны.

В-третьих, есть высказывания, трансцендентные по отношению ко времени. Применительно к таким высказываниям вообще неуместно задавать вопрос «когда, в какое время?»[111]. Не спросишь ведь «Когда $2\times2=4$?» или «В каком году верна теорема Пифагора?». В отличие от овремененных (темпоральных) высказываний о вре́менном и вечном, высказывания такого рода являются безвременными (атемпоральными). Назовем их высказываниями об *идеальном*.

Какие же из выделенных трех типов высказываний применимы к описанию знаний? Ответ зависит от того, считаем ли мы наши знания вре́менными образованиями, вечными сущностями или атемпоральными феноменами. Чтобы предотвратить возможные недоуменные вопросы, сразу отметим, что мы оставляем за скобками психологическую трактовку знания. В последней знания появляются и исчезают (забываются), одни могут что-то знать, а другие — этого же не знать и т.д. Речь идет совсем о другом. Знание о том, что $2\times2=4$, создано нами или нет? Если «да», то это пример знания, которое появилось вместе с нами и до нас не существовало. И оно вместе с нами исчезнет, или же созданная однажды истина затем обретает вечное существование? Или, раз мы создали истину 2×2=4, то, быть может, мы способны создать и истину 2×2=5? Или надлежит ответить «нет»? Тогда что же, истины подобного рода вечны в сильном смысле? Или они вообще не имеют временных характеристик и запредельны по отношению к реально существующему физическому миру?

Такие различные философские течения, как диалектика и бурно развивающаяся в последнее время эволюционная эпистемология[112] исходят из тезиса о том, что знание *создается* субъектом познавательной деятельности и затем развивается, обогащается, растет, — или, используя более общее и нейтральное слово, *изменяется*. Согласно теории трех миров К.Поппера, с прекращением человеческой деятельности по добыванию знаний их рост прекращается, но они продолжают существовать в неизменном виде, то есть, в нашей терминологии, обнаруживают черты вечного существования в слабом смысле[113].

Многочисленные работы, созданные в рамках названных направлений, проходят мимо и совершенно не замечают фундаментальной трудности, возникающей в связи с тезисом об изменчивости знания. *На какой основе и каким образом два фрагмента знания k_1 и k_2, взятые в различные моменты времени t_1 и t_2, относят к двум этапам развития одного и того же познавательного феномена? Почему феномен один, а не два?*

На основании их похожести, *сходства*? Но мы же не считаем генетически идентичных близнецов, появившихся на свет с интервалом в несколько минут, этапами развития одного и того же индивида. С близнецами, впрочем, все ясно. Они *пространственно* разделены, и именно это обстоятельство позволяет предотвратить отождествление. Но такого рода разделение невозможно в случае знания. О близнецах можно сказать, что один из них в одной комнате, а второй в другой, а вот утверждать, что одно знание находится здесь, а другое там, нелепо. Мы понимаем, что могут перемещаться и находиться в разных местах носители знаний, но не сами знания как таковые. И дело тут не в грамматике. Как известно, грамматика не должна диктовать метафизику. Однако это не означает, что грамматика не в состоянии *подсказать* метафизику. Язык является высокоэффективным инструментом приспособления к различным аспектам существования в нашем мире, и многие его особенности прямо или косвенно отражают имеющиеся реалии, причем не только физического ряда. Человечество научилось создавать искусственные языки, исправляющие недостатки и дополняющие языки естественные. Тем не менее язык, пытающийся располагать знания в какой-либо геометрической модели физического пространства, не вызовет к себе серьезного отношения. Сразу возникнут неприятные вопросы. Например, точечны знания или нет? Ответ «да» звучит фантастически, ибо постулируется существование особых физических сущностей, коренным образом отличных от известных науке протяженных физических явлений. Если ответом будет «нет», то есть если встать на позицию встраивания такого рода объектов в физическую картину мира, в которой все физически существующее занимает ненулевой объем в пространстве[114], возникают вопросы о сравнимости объемов идей, что ведет к нелепостям. В предыдущей главе уже говорилось, что бессмысленно спрашивать, что больше по объему — мысль о большом треугольнике или мысль о малом, знание об электроне или знание о вселенной и т.п.

Если согласиться с тем, что пространственная идентификация знания невозможна, то идея изменчивости знания оказывается лишенной привычной основы описания изменений. Действительно, чтобы описать изменяющийся объект, мы сначала локализуем его в пространстве. Все, что случается в области локализации, мы относим к изменениям, происходящим с объектом, даже если эти изменения неправдоподобны. На этом основываются эффекты *превращения* объекта, используемые кинематографистами. Персонаж можно обратить во что угодно — иллюзия превращения полная. Конечно, мы понимаем, что происходящее на экране фантастично, но совершенно не сомневаемся в том, что трансформация происходит именно с данным объектом, а не с другим. Впечатление только усиливается, если превращение происходит не мгновенно, а растягивается на ряд этапов, каждый из которых похож на соседние с ним. Здесь существенен один момент: объект (независимо от того, неподвижен он или перемещается) постоянно должен быть в поле зрения. Иными словами, его траектория в пространстве-времени должна быть *непрерывной*. Как только объект исчез, то независимо от того, появился он вновь в этом же месте или в другом, мы уже можем усомниться в том, что это тот же самый объект. Сомнения превращаются в уверенность, если появившийся объект значительно отличается от исчезнувшего.

Говоря о фантастических превращениях объектов на экране, мы имели в виду их изменения в некотором пространстве, которое, однако, не является физическим. Точнее, экран — это, конечно же, область физического пространства. Но происходящее на нем воспринимается двояко: с одной стороны, мы понимаем, что события локализуются в данной плоской физической области, называемой экраном; с другой стороны, заполняющие экран вещи располагаются и перемещаются в нефизическом, воображаемом пространстве, которое, тем не менее, наделено тремя измерениями и вообще очень напоминает воспринимаемое реальное пространство. Не противоречит ли это сказанному выше — как совместить тезис о непространственности мыслей и знаний с идеей воображаемого пространства? Противоречия нет, поскольку речь идет о знании, взятом в разных отношениях. Если попытаться обнаружить знания с помощью приборов, рассматривая их как вещи среди вещей, то такая попытка будет обречена на неудачу как раз по причине отсутствия у знаний пространственных характеристик. Если же знания рассматриваются «изнутри», как психические состояния или процессы, образующие реальность субъективного, то в таком случае знания о пространствах — действительных или мнимых — это вполне обычный род знаний, без которых не могут обойтись не только люди, но и животные. Когда лиса видит двигающуюся тележку с приманкой, скрывающуюся затем за ширмой, она без обучения сразу же бежит к концу ширмы, ожидая появления пищи в нужном месте. Ясно, что без построения пространственной модели ситуации лиса не могла бы действовать столь эффективно. Между тем эта пространственная модель — воображаемая, так как лиса видела появление приманки в определенном месте *до того*, как это произошло в действительности. Надо полагать, что лиса была бы сильно разочарована, если бы приманку за ширмой заменили чем-либо несъедобным или если бы она вообще не появилась. В ее воображаемом пространстве приманка имела определенную траекторию движения и должна была появиться в конце ширмы.

Воображаемые или, если воспользоваться модным термином, *виртуальные* пространства, сколь бы причудливыми они ни были, напоминают настоящее физическое пространство, по крайней мере в том отношении, что они позволяют отслеживать траектории располагающихся в них предметов. Эта способность к видению предметов в виртуальных пространствах — не что иное, как *образное* мышление. Оно дает возможность идентифицировать изменения даже таких объектов, которые не существуют в физическом смысле. Мы следим за судьбой персонажей мультипликационных фильмов, не путая их друг с другом. Говорим мы об образном мышлении и тогда, когда буквальное изображение мыслительного образа невозможно. Есть *конкретное* образное мышление, допускающее адекватное отображение на физическом носителе — экране, и есть, если угодно, *абстрактное* образное мышление, которое в принципе исключает полноценное изображение на экране. Уместность словосочетания «абстрактное образное мышление» видна из того, что образное мышление второго рода широко используется при обучении основам наук и в самой научной деятельности, в том числе в такой, по общему признанию, абстрактной науке, как математика. Если вас попросят доказать теорему о треугольниках, не возбраняется нарисовать некий конкретный треугольник, но теорема относится не к нему, а ко всем треугольникам вообще. Поэтому вы могли бы нарисовать другой треугольник, совсем непохожий на первый. Стало быть, такие экранные реализации неадекватны содержанию доказываемой теоремы[115]. Но, вместе с тем, роль образного мышления в геометрии обычно не ставится под сомнение[116].

Не найден ли тем самым ответ на вопрос о том, как возможно изменение знаний? — Следует ответить утвердительно. *Знание может рассматриваться как изменяющееся, но траектория его изменений прослеживается не в физическом, а в виртуальном пространстве образов, причем в обыденном знании такое пространство обязательно является конкретным, а в науке может быть как конкретным, так и абстрактным, то есть образы населяющих его объектов (оставаясь образами) нередуцируемы к конкретным экранным изображениям.* Оговорка «может рассматриваться» существенна. Двойственным образом, знание может и *не* рассматриваться как изменяющееся, что будет показано в дальнейшем. Кроме того, есть проблема изменения знания в пространстве абстрактных *понятий*, а не образов, но здесь она обсуждаться не будет.

Теперь получает объяснение тот факт, что сторонники концепции изменяющегося знания имеют явную склонность впадать в наглядность, как только речь заходит о конкретных историях развивающихся понятий. Ограничимся одним примером. В блестяще написанной книге И.Лакатоса «Доказательства и опровержения» детально обсуждается история злоключений одной теоремы о многогранниках[117]. Описываемый автором виртуальный мир, хотя он относится к сфере математики, не задается точно и строго, а находится в процессе изменений, порождая то одни многогранники, то другие. Иногда мутации оказываются неудачными, и тогда на свет появляются многогранники в обличье монстров и уродов[118], избавиться от которых так же нелегко, как и от чудовищ, живущих в виртуальных пространствах компьютерных игр. Все это делается И.Лакатосом с одной целью — продемонстрировать изменчивость понятий в самой строгой из наук — математике. А раз даже здесь нет надежной опоры, то искать ее больше негде и получается, что «знание не имеет основ»[119]. Своим острием критика И.Лакатоса обращена против формалистской программы обоснования математики, представляющей из себя «мрачную альтернативу машинного рационализма»[120]. Первородный грех формализма — скучное стремление к строгости и точности, противное «живой» математике. Поэтому высказывание «Сегодня достигнута абсолютная строгость» вызывает дружный смех «передовых» (я цитирую — А.А.) персонажей книги[121].

§3. Существует ли идеальное знание?

О каких персонажах идет речь? Разговор о математических доказательствах и опровержениях (поводом к которому послужил сюжет с многогранниками) ведется в некоем вымышленном классе, который И.Лакатос действительно считает передовым. Но не являются ли все рассуждения вымышленных героев и их учителя всего лишь фантазиями придумавшего их автора? Здесь мы подошли к самому существенному пункту. Так оно и было бы, если бы И.Лакатос предусмотрительно не *раздвоил* текст книги. В самом буквальном смысле: суждения и реплики персонажей сопровождаются на протяжении всего текста ссылками на *реальные* высказывания математиков и философов. Тут уже не до шуток — ссылки и цитаты должны быть точны, а между репликами вымышленных персонажей и текстуально зафиксированными мыслями реальных исторических лиц должно быть непосредственно удостоверяемое соответствие если не по форме, то по сути. Допустим теперь, что кто-то утверждает, что Гаусс, Пуанкаре, Гильберт и другие математики, на которых ссылается И.Лакатос, не говорили и не писали того, что им приписывается, а если и говорили и писали, то совсем не то имели в виду. Легко себе представить возмущение автора сочинения по истории математики. Его знания лишили бы основ, превратили бы в бездоказательные рассуждения о вымышленных мирах.

Вывод, следовательно, таков. Для того, чтобы показать *изменчивость* знания, мы нуждаемся в некотором *неподвижном* фоне, относительно которого только и можно обнаружить движение. Другое дело, где этот фон искать. Экстерналист И.Лакатос нашел его в *истории* науки. Интерналист попытается обнаружить его в недрах *самой* науки. Не касаясь предмета спора, подчеркнем сам факт необходимости опоры на неизменное знание в научных исследованиях. Это знание является либо вечным, либо (если такое возможно) вообще безвременным, то есть идеальным. И.Лакатос использует *слабую* форму вечности, поскольку цитируемый им математик мог и не написать того, что он написал. Но после того, как акт письма состоялся и стал достоянием всех, текст обрел вечное в слабом смысле существование: можно комментировать текст, дополнять и исправлять его задним числом, создавая тем самым *новые* тексты, но *изменить написанное однажды*, отменив факт создания именно данного текста, никому не под силу.

Неподвижного фона требует не только научное знание, но и всякое знание вообще. В чем состоит значение канонизации некоторой группы текстов в различных религиях? Ответ очевиден: при отсутствии надежных подтверждений претензии на более глубокое знание, чем дает обыденное познание и наука, остается такие подтверждения создать. В условиях разноголосицы различных оттенков верований представителей одной и той же религии единство достигается объявлением выбранных текстов священными, богодухновенными. После этого изменить в них ни строчки нельзя. Дальнейшему усовершенствованию они не подлежат. В этом часто видят проявление излишней консервативности религиозного сознания, тогда как на самом деле у верующих просто нет другого выхода. Это в науке школьник может указать академику на ошибку. Критическое же отношение к священному тексту гибельно для религиозного чувства. Религия самосохраняется в веках именно за счет опоры на один и тот же, во веки веков неизменный текст. Аналогичным образом литературовед может выдвигать самые необычайные интерпретации анализируемого произведения, проявляя буйство фантазии, но становится очень точен и строг, когда дело идет о тексте самого произведения. Не знать или не точно цитировать источник гибельно и для специалиста по гражданской истории... Короче говоря, при всей изменчивости интерпретаций, точек зрения, мнений и т.д. мы нуждаемся в надежной опоре на вечное и неизменное знание.

Выше была описана самая примитивная форма неизменного знания: *знание текста*, такое знание, которое еще не включает в себя его интерпретацию или понимание заложенных в нем смыслов. Первый вопрос, который в этой связи встает — это вопрос об условиях фиксации неизменного знания. Оно должно каким-то образом воплотиться в нашем непрерывно меняющемся мире. Как это возможно и возможно ли вообще? Ведь если попытаться неизменное знание воплотить в изменяющейся структуре, то как может оно фиксироваться ею, как может неподвижное и неизменное предстать в форме изменяющегося и преходящего? — Никак. Изменяющееся не в состоянии быть формой представления неизменного знания. Может быть, в нашем мире есть сверхстабильные материальные вещи, способные послужить указанной цели? Увы, таких вещей в физическом универсуме нет: ни одно физическое явление не находится вне времени[122]. Но проблема не безнадежна. Есть род существования во времени, максимально приближенный к неподвижному бытию. Речь идет о вечном в слабом смысле и притом неизменном существовании, то есть о неизменном существовании во всякий момент времени, начиная с какого-то мгновения. Точнее говоря, учитывая сделанное выше замечание, о *почти* вечном и неизменном существовании. Рукописи, которые пришли из глубины веков, которые намного пережили создавших их и которые, будучи скопированными, переживут и нас — разве это не хороший пример почти вечного и неизменного бытия? Исписанная бумага или пергамент, камни с выбитыми на них письменами, лазерные диски — что это, если не поиск по возможности наиболее стабильного носителя информации, приближающегося к идеалу вечности? Конечно, утверждение булгаковского персонажа «рукописи не горят» является преувеличением. Но возможность *копирования* информации придает этому идеалу реальные черты. Стабильные, практически не меняющиеся в нормальных условиях носители, и при том допускающие копирование... Они становятся связующим мостом между темпоральным миром бренного и преходящего и областью не знающего «ни рождения, ни гибели, ни роста, ни оскудения»[123] существования, — областью идеального.

После приведенных аргументов сторонники тезиса о том, что всякое знание изменяется, могли бы, пожалуй, пойти на уступку и согласиться с тем, что знание текста является вечным и неизменным в слабом смысле. Однако, тут же бы добавили они, этой примитивной формой сфера неподвижного знания и исчерпывается. Хотя текст остается одним и тем же в веках, его *интерпретации* меняются не только от эпохи к эпохе, но и в рамках той же самой культуры. Интерпретации являются формой существования изменяющегося знания, а вечное в сильном смысле и тем более идеальное знание невозможно. Если принять этот вывод, то проблема двойственности знания решается следующим образом:

знание изменяется во времени относительно корпуса неподвижных и вечных в слабом смысле знаний текстов, а вечного в сильном смысле и идеального знания не существует. Такое решение продиктовано эмпиристской позицией, с подозрением относящейся ко всем утверждениям о существовании феноменов, не допускающих телесного прощупывания и приборного обнаружения. Нет знания, кроме эмпирического или базирующегося на эмпирическом. Даже математика при этом оказывается неформальной квазиэмпирической дисциплиной[124].

Мы исходим из признания реального существования не только физического и темпорального, но и идеального. Аргументация в пользу выдвинутого положения была дана нами в предыдущей главе, поэтому, не повторяя сказанного, ограничимся лишь некоторыми замечаниями. Всякая фундаментальная наука стремится к открытию истин, вечных в сильном смысле, то есть к формулированию законов, верных в любой момент времени. Законы сохранения в физике и законы эволюции живого в биологии рассматриваются как действующие *всегда* в соответствующей области действительности. Эти законы не появились вместе с текстами, написанными открывшими их авторами. История науки, изучающая в качестве эмпирической дисциплины как раз такие тексты, в принципе не способна, да и не должна анализировать проблему вечности законов в сильном смысле. Как уже говорилось, ее предел — вечность в слабом смысле. Разумеется, претензия на знание вечных (универсальных) законов природы и общества может оказаться несостоятельной. Но сейчас обсуждается не проблема соответствия наших знаний реальности (это особая тема), а вопрос о том, имеется ли в составе науки такое знание, которое выступает *в функции* знания о вечном. Читатель, занимающий непредвзятую позицию, не замедлит дать утвердительный ответ.

Напрашивающееся возражение, указывающее на изменчивость наших трактовок универсальных законов, бьет мимо цели, поскольку, согласившись однажды с возможностью изменения знаний, мы не собираемся в дальнейшем отказываться от своих слов. Возьмем, к примеру, идею эволюции жизни. Конечно, представление Ч.Дарвина о законах эволюции и трактовка этих законов в современной синтетической эволюционной теории разнятся в некоторых существенных аспектах[125]. Но при этом сама идея эволюции видов осталась вне ударов научной критики, так что можно с полным правом сказать, что она воплощает в себе знание о биологически вечном в сильном смысле. Исправлению, корректировке и развитию подлежат частные стороны этой идеи, а не она сама как таковая. Тезис о вечности знания об эволюции живого был бы опровергнут, если бы нашла научное подтверждение доктрина креационизма или еще какая-нибудь глобальная антиэволюционистская программа. Но чего нет, того нет. Аналогичные доводы можно привести и в отношении других научных идей, обоснованно претендующих на статус вечных в сильном смысле истин.

Более серьезное возражение состоит в следующем. Не редуцируются ли эти идеи к ограниченному набору *лингвистических* инвариантов, трактуемых настолько различно, что их интерпретации могут оказаться вообще несоизмеримыми? Мы говорим: «идея эволюции» — а в чем, собственно, она состоит и не понимается ли она порой несовместимым образом? «Два человека, — писал по этому поводу Т.Кун, — которые воспринимают одну и ту же ситуацию по-разному, но тем не менее используют в дискуссии одну и ту же *лексику* (выделено мною — А.А.), видимо, поразному используют слова, то есть разговаривают, руководствуясь тем, что я назвал несоизмеримыми точками зрения. Каким образом они могут надеяться вести друг с другом дискуссию, тем более как могут они надеяться друг друга убедить?»[126]. Если все это верно, то мы вернулись к вечным в слабом смысле знаниям текстов и ни на шаг не продвинулись вперед.

Рассмотрим сложившуюся ситуацию подробнее. Допустим, участники дискуссии принимают утверждения $A_1, A_2, \ldots A_n$, но расходятся в принятии утверждений $B_1, B_2, \ldots B_m$, причем в утверждениях каждого ряда фигурирует некоторый термин w. В таком случае, действительно, мы не имеем права говорить о том, что нам удалось зафиксировать неизменное знание, связанное с термином w. А если принятие ряда $A_1, A_2, \ldots A_n$ у всех участников приводит к *независимому* принятию и ряда высказываний $B_1, B_2, \ldots B_m$? Если возможность случайного совпадения исключается, появляются основания полагать, что знание *значения* термина w неизменно у всех этих лиц. Т.Кун не оставляет без внимания эту ситуацию, сводя ее к вопросу о логико-математических *доказательствах*, имеющих принудительную силу. При этом терминология обсуждения характерным образом меняется: вместо *лексики* Т.Куну приходится говорить о *правилах* доказательств[127]. Но что такое «правило»? Возьмем пример правил оперирования с числами. Если речь идет о натуральных числах, и притом не слишком больших, то окажется, что эти правила, даже если они формулировались *независимым и различным* образом в различных культурах, приводят к одним и тем же результатам.

Получается, что независимо от особенностей используемой лексики и языка, независимо даже от различий в формулировках правил и способах представления чисел — тем не менее результат тот же самый. Следовательно, такого рода знание не привязано к некоторому тексту. Оно демонстрирует способность воплощаться в столь различных формах, что поневоле возникает мысль о том, что текстовая форма представления знаний этого вида несущественна. Более того, поскольку к открытию арифметических законов приходили в разное время, то неизбежен вывод о том, что они существовали и *до того*, как были открыты. А если они были забыты в *одном* месте, то *позже* переоткрывались в *другом*. При этом однозначность результатов оставалась неизменной независимо от того, когда, где и как именно они были получены. Стало быть, попытка их локализации во времени и в пространстве нелепа, и все вопросы вида «Когда и где 1+1=2?» действительно бессмысленны. В итоге знание описанных правил оказывается безвременным, то есть *идеальным*. В этом отличие знания рассматриваемого типа от знания универсальных законов природы. Применительно к законам физики или биологии вопросы о том, когда и где они действуют, отнюдь не лишены смысла, а однозначность результатов их действия проблематична.

Заметим, что мы слишком сузим сферу идеального знания, если будем сводить ее только к доказательствам. Рецептурная математика Древнего Востока не доказывала, но ее выводы носили идеальный характер. Большинство из нас также не сможет доказать хотя бы то, что 2×2=4, но рецепты или правила вычислений нам известны, а их результаты предсуществуют идеально. Рецептурные программы доминируют и в области компьютерных вычислений, и вновь результатом будет идеальное знание при условии, что семантика программ задана однозначными правилами. Но в этом и заключается проблема. Нужно создать искусственный язык, способный однозначным и недвусмысленным образом задавать правила решения поставленных задач. Поэтому правы те, кто указывает на *процессы* создания таких языков. Арифметика, позволяющая складывать и перемножать любые числа, сформировалась не сразу. Язык математического анализа претерпел существенные изменения в направлении однозначности со времени Лейбница и Ньютона. Геометрические построения действительно не давали точного ответа на вопрос, что же такое многогранник. Сегодня выходит множество работ и книг по фрактальной геометрии, но базисное для этой науки понятие фрактала остается непроясненным, поскольку предлагаются лишь «пробные» его определения, к тому же оказывающиеся неэквивалентными[128].

Таким образом, даже математическое знание не является набором идеальных правил, построений и доказательств. Но это не значит, что их там нет или что не нужно стремиться к достижению идеального знания. Между тем И.Лакатос и другие представители исторической школы в методологии науки как раз подвергают сомнению если не сам факт наличия идеального знания, то по крайней мере оспаривают его значимость, усматривая суть дела в движении и развитии понятий и теорий. Это крайность, противоположная столь же однобокой позиции сведения научного знания к своду нетленных идеальных истин. В действительности научное знание двойственно. Лучше всего это видно на примере математики. Не будучи экспериментальной наукой, *развивающаяся* математика не открывает локальные или вечные универсальные законы, а создает *идеальные* конструкции. Понять эту двойственность мешает, по-видимому, одна сбивающая с толку особенность языка. Зная историю математики, мы соглашаемся с утверждением «Понятие *числа* изменяется», но когда сталкиваемся с формальной аксиоматической теорией чисел, в которой (если только она непротиворечива) все свойства чисел и отношения между ними определены однозначно и в которой, следовательно, истинно высказывание «Понятие *числа* неизменно», то ввиду несовместимости этих высказываний приходим к выводу о необходимости выбора только одного из них.

В результате в методологической проекции знание о числах оказывается разорванным, тогда как в действительности с одним и тем же термином «число» работающий разум связывает *две* структуры: *темпоральное* понятие о числе и *идеальное* понятие о числе. То же самое верно в отношении центрального для математики термина «математическое доказательство». И.Лакатос обсуждает только темпоральный аспект математического доказательства, считая второй, идеальный его лик, не заслуживающим описания. Если бы ученые следовали советам методологов (к счастью, этого не происходит), то математика так и осталась бы в тисках парадоксов, ибо избавление от них нашли как раз на путях идеального представления математических знаний в виде формальных аксиоматических теорий с последующим изучением их свойств. Представляющие идеальное знание аксиоматические системы важны не только в математике, но и в использующем ее аппарат точном естествознании. Как проницательно отметил М.Бунге, «большинство физиков с недоверием относятся к аксиоматике», но вряд ли осознают, что «противники аксиоматизации преднамеренно борются против ясности и за двусмысленность и непонятность», хотя «аксиоматизация теории отнюдь не вынуждает нас принимать ее навсегда»[129]. Так оно и есть. Наличие аксиоматики не отменяет значимости темпоральных размышлений по поводу уже формализованных понятий. У идеального понятия остается темпоральный двойник. В свою очередь, отсутствие идеальной стороны знания только по недомыслию может считаться благом. До тех пор, пока хотя бы у некоторых темпоральных понятий, используемых в той или иной науке, не появятся идеальные двойники, точность, строгость и ясность в ней не будет достигнута. Ведь изменяющиеся во времени темпоральные понятия остаются в границах пусть абстрактного, но образного мышления, с присущей ему неопределенностью и неоднозначностью, что не приветствуется в науке. Опоры на вечные в слабом и даже в сильном смысле знания здесь не достаточно. К сожалению, ученые не прислушиваются к советам методологов.

Животные довольствуются темпоральным знанием, представляющим из себя изменяющуюся во времени систему образов. Особенность человеческого знания — в его двойственности, в совмещении в знаниях вре́менного и вечного, подвижного и неизменного, темпорального и идеального. Что же можно сказать о знаниях, представленных в компьютерном виде? Ответ однозначен: это *вневременные идеальные знания*. Если знания животных представлены во вре́менной форме в отрыве от вечных и идеальных компонент, человеческие знания соединяют то и другое, то компьютерные знания не только не способны к изменениям, но и вообще существуют вне времени. Компьютерные программы с успехом работают с формальными структурами, доказывают теоремы, находят решения четко поставленных задач — и не в состоянии «смоделировать даже поведение мухи-подёнки»[130]. Один из аспектов объяснения такой ситуации связан с указанной особенностью компьютерных способов обработки информации.

Развивающееся во времени знание никогда не возвращается к тому состоянию, в котором оно пребывало в один из предыдущих моментов его истории. Иначе оно не было бы развивающимся. Сознание человека не может вернуться в собственное прошлое.

Состояния «уже встречавшегося», когда новое воспринимается как до мельчайших черт знакомое, свидетельствует о сбое в работе сознания. Если способность критической самооценки сохраняется, не составляет труда убедиться в невозможности буквального возврата к уже бывшему. Идеальное знание — другое дело. Но когда мы по идеальным правилам складываем и перемножаем числа, наше сегодняшнее знание того, что такое число, отличается от того, что мы знали о числах вчера. В подтверждение сказанного можно проделать следующий эксперимент. Попробуйте начать писать все, что вы знаете о числах, пока не испишете десяток листов бумаги. Повторив задание в один из последующих дней, вы не получите идентичного текста, если только не обладаете феноменальной памятью и не запомните его во всех деталях. Но знание текста, как мы видели, относится к вечному в слабом смысле знанию, а не к знанию, развивающемуся во времени, поэтому феноменальная память не может служить контрпримером.

Далее, на вопрос о том, все ли сказано по теме, вы вынуждены будете ответить, что тему исчерпать не удалось. Диалог Платона «Лахет» кончается не потому, что было определено, что же такое мужество, а потому, что надо же было где-то остановиться. Данные размышления о знании тоже идут к концу отнюдь не потому, что тема может считаться исчерпанной. Но вот если поставить задачу дать идеальное определение некоторого понятия, то в случае натурального числа это может быть сделано предъявлением аксиоматики Пеано, тогда как идеальные определения мужества и знания мы вряд ли сможем представить. Компьютер сможет успешно работать с аксиоматикой Пеано, выводя и такие следствия из аксиом, которые не были получены никем из людей, но порассуждать о мужестве или знании не сумеет. Дело в том, что компьютеры — это *детерминированные* машины. Если есть программа обработки информации и на ее вход поступила группа данных, то результат будет предопределен с однозначностью, если только не произойдет сбоя. Обычно детерминированность компьютера скрывают с помощью генератора псевдослучайных чисел. Но даже если в компьютер встроить рулетку или определять данные подбрасыванием монеты, программа все равно должна заранее «знать», что ей делать при наступлении конкретного случайного события. Таким образом, результаты работы генераторов случайных чисел являются частью входных данных. Без первых вторые неполны. После того, как все входные данные сформированы, результат (если не учитывать возможность возникновения неполадок в работе машины) предсказуем с абсолютной точностью. И сколько бы раз вы ни повторяли выполнение программы с теми же самыми входными данными, вы всегда будете получать один и тот же результат. Если же при очередном прогоне программы был получен другой результат, то это означает, что произошел машинный сбой — в любом случае крайне нежелательное событие, ибо ошибки компьютера всегда обесценивают его работу.

Есть веские основания полагать, что животные и человек, рассматриваемые как машины, относятся к классу *недетерминированных* устройств. Одно из таких оснований — факт эволюции и развития ментальных структур. В ходе такой эволюции сбой или мутация уже не оценивается с однозначностью как негативное событие. Возможно, его следствием будет появление нового знания, которое не выводится с необходимостью из предшествующего. Повторить появление нового знания, если оно не следует из предыдущего, не удастся. События этого рода уникальны и креативны. Например, возьмем феномен возникновения греческой дедуктивной математики. Как это могло прийти в голову — доказывать то, что и так очевидно и что можно проверить непосредственно? Столь необычное событие если и могло произойти, то только однажды. И действительно, ни одна из развивавшихся независимо от греков культур не пришла к идее дедуктивного доказательства. При этом человек, в отличие от прочих животных, способен имитировать работу детерминированной машины. Таким образом, и здесь проявляется двойственность человеческих способов работы со знанием, связанная с детерминированными и недетерминированными процедурами его получения.

Глава 8. Проблема познания прошлого

§1. Актуальное и ретроспективное знание

Вопрос о том, обладает ли процесс познания прошлого специфическими чертами, отличающими его от познания актуальных вещей, является реальной эпистемологической проблемой науки. Изучение настоящего и прошлого часто противопоставляют друг другу на том основании, что первое зависит от прямых наблюдений, тогда как второе основывается на непрямых, косвенных наблюдениях. Косвенные наблюдения, в отличие от актуалистических, предполагают обращение к изучению остатков или следов прошлых событий. По этим следам ушедшие в прошлое события надлежит реконструировать с возможной степенью полноты и достоверности.

Таким образом, обсуждаемая здесь проблема состоит в том, имеется ли эпистемологически значимое различие между актуалистической схемой ОБЪЕКТ — ЗНАНИЕ и ретроспективной схемой ОБЪЕКТ — СЛЕД — ЗНАНИЕ. Я собираюсь защищать тезис о теоретико-познавательной специфичности ретроспективных исследований. Однако убедительные аргументы в пользу данного тезиса в литературе мне найти не удалось. Наиболее многообещающим казался подход С.В.Мейена, который попытался объяснить особенности исторического познания через феномен темподесиненции. Согласно С.В.Мейену, во времени некоторые «свойства исчезают, не оставляя считываемых следов». Это и есть темподесиненция или растворение во времени. Задача исторической реконструкции заключается в конечном счете в том, чтобы восстановить темподесинированные свойства[131].

Темподесиненция в том виде, в каком она была определена, не существует. Действительно, если всерьез говорить о растворении во времени, об отсутствии считываемых следов некоторых свойств, то как можно надеяться их восстановить? А если имевшее место в прошлом свойство все-таки восстанавливается в ходе исторического исследования, то это попросту означает, что следы оно на самом деле оставило и тем самым растворения во времени не произошло. Таким образом, описание процесса темподесиненции свойств оказывается противоречивым и, следовательно, у него не может быть референта в реальности.

Быть может, правы те, кто настаивает на отсутствии принципиальных различий между актуалистической и ретроспективной схемами? По-видимому, их позиция скорее опирается на аргументы негативного плана, которые сводятся к указанию на необоснованность противоположной позиции. В этих условиях остается признать, что обсуждаемые схемы отличаются друг от друга в лучшем случае лишь в количественном отношении. Так палеоантрополог Р.Фоули пишет: «Разница между информацией о прошлом и настоящем состоит не столько в различии между прямым и косвенным наблюдением, сколько в разной длине цепочки умозаключений и силе сцепления составляющих ее звеньев. Вполне возможно, что любая информация о прошлом должна базироваться на более длинной и более труднодоступной цепочке выводов, чем информация о настоящем, но эпистемология остается по сути той же самой»[132]. Аналогичной точки зрения придерживается известный специалист по гражданской истории М.Блок: «Между исследованием далекого и исследованием совсем близкого различие... лишь в степени. Оно не затрагивает основы методов»[133].

Существует, впрочем, и позитивный аргумент, отношение которого к анализируемому вопросу далеко не всегда осознают ввиду его, как считается, тривиальной очевидности. Речь идет о тезисе, согласно которому прошлое остается неизменным. «Прошлое, — пишет М.Блок, — по определению, есть некая данность, которую уже ничто не властно изменить»[134]. Именно этим качеством прошлое отличается от нефиксированного будущего. Согласно распространенному мнению прошлое неизменяемо, тогда как будущее имеет альтернативы. Мы можем до определенной степени влиять на будущее, но не на прошлое, которое совершенно нам не подвластно. Что случилось, то случилось, и ничего с этим поделать нельзя, разве что попытаться забыть о тех или иных событиях прошлого или, напротив, постараться увековечить их.

На самом деле, хотим мы того или нет, прошлое все-таки меняется, но не так, как будущее. Если бы прошлое оставалось неизменным, то тогда действительно следовало бы согласиться с тем, что разница между познанием актуальных вещей и событий ушедшего времени носит количественный характер. На самом деле, как я надеюсь показать, различие между актуальными данными и прошлыми объектами состоит в способе их существования.

Если вопрос о специфике эпистемологического статуса прошлого по сравнению с настоящим до сих пор не решен, то на аналогичный вопрос в отношении настоящего и будущего был дан утвердительный ответ еще Аристотелем, поставившим проблему будущих случайных событий, которая обсуждалась в предыдущей главе. Анализируя аристотелевскую проблему, выдающийся польский логик Я.Лукасевич пришел к идее третьего истинностного значения. Ни одно из противоречащих друг другу высказываний о завтрашнем сражении сегодня не истинно и не ложно. Эти высказывания лишь впоследствии обретут привычные значения истины или лжи[135].

Бурно развивающиеся в наше время исследования в области многозначных логик не касаются проблемы прошлых случайных событий. Точнее говоря, тут вообще не усматривают проблемы. Действительно, если каждое высказывание об актуальном событии либо истинно, либо ложно и если прошлое неизменно, то при переходе в прошлое и во все более далекое прошлое эти высказывания сохранят свой истинностный статус. Например, если 15 мая 1591 года было истинно высказывание «Царевич Дмитрий убит», то оно будет (в силу неизменности прошлого) истинным и 15 мая 1994 года, и во все последующие времена. Установить истинностную характеристику данного высказывания легче, конечно, по горячим следам. Сейчас это сделать труднее ввиду отдаленности события. Но, коль скоро истинностная характеристика со временем не изменилась, трудности преодолимы, по крайней мере в принципе.

Так или примерно так рассуждают сторонники тезиса о неизменности прошлого. Но на практике историки часто говорят о невозможности верификации или фальсификации определенных высказываний о прошлом. Могут возразить, что точно так же зачастую невозможно установить истинностные значения высказываний об актуальных событиях, происходящих в отдаленных от нас областях Вселенной. Это возражение бьет мимо цели, так как с точки зрения современной физики вследствие конечной скорости распространения взаимодействий последствия этих событий могут быть обнаружены лишь в будущем. В этом смысле события, которые мы наблюдали бы, если бы мгновенно перенеслись в какую-нибудь другую звездную систему, реально могут себя обнаружить для познающего субъекта только как прошлые события. Так что пространственно удаленные события на самом деле познаются как события прошлого, поэтому перед нами встают те же самые проблемы объяснения особенностей ретроспективного познания.

Правда, сказанное выше не следует возводить в абсолют, как это сделал Ю.Б.Молчанов, утверждая, что все познаваемые нами события — это «события прошлого, которые произошли настолько раньше, сколько времени требуется тому или иному сигналу, чтобы преодолеть расстояние от места их свершения до моих рецепторов и моего мозга»[136]. Ошибочность этого рассуждения в том, что настоящее в реальной познавательной практике длится. Так никому и в голову не придет считать себя старше своего отражения в зеркале, историк не будет называть настоящим промежуток времени в 1 секунду, настоящее расположение материков для геолога длится годами, и так далее. Прошлое начинается за рамками интервала настоящего, имеющего различную продолжительность для разных областей реальности (в зависимости от характерной скорости изменения наполняющих время событий).

§2. Время и предикация

Возвращаясь к основной линии изложения, отметим, что факт невозможности установления истинностных значений некоторых осмысленных высказываний о прошлом при том условии, что эти же высказывания легко верифицируемы или фальсифицируемы в случае актуально происходящих событий (представим, например, что мы наблюдаем за царевичем Дмитрием в течение суток 15 мая 1591 г. и затем верифицируем высказывание о причине его смерти), свидетельствует об особом статусе прошлого в сравнении с настоящим. Реальность прошлого — это не то же самое, что реальность актуального настоящего. Это реальности разных видов, различающиеся способом существования.

К пониманию этого подходил Я.Лукасевич, утверждая, что «и к прошлому мы должны относиться точно так же, как и к будущему». Даже «всевидящий разум» о некоторых событиях прошлого не мог бы утверждать, «что они были, но лишь, что они были возможны»[137]. Сказанное означает, в частности, что для описания прошлого (как и будущего) нам недостаточно традиционных истинностных характеристик. Вряд ли в самой действительности остались следы угличских событий полутысячелетней давности, которые позволили бы нам или нашим потомкам разрешить загадку смерти царевича. Слишком фрагментарны эти следы. По сути, след события всегда фрагментарен и неполно характеризует событие, его оставившее. Но историческая реальность — это реальность совокупности следов. Обязательно найдутся такие свойства событий, которые будут отсутствовать в совокупности соответствующих следов. «Отсутствовать» в смысле невозможности обоснованно утверждать ни то, что эти свойства были, ни то, что их не было.

На основании сказанного можно сделать вывод, что переходящее в прошлое событие *теряет предикаты.* В результате мы имеем не само событие, а его след. *След* можно определить как событие, потерявшее часть предикатов. С каждым тактом времени (в соответствующем событию временном масштабе) процесс потери предикатов продолжается. Это не темподесиненция, поскольку в реальности следа уже онтологически нет актуальной реальности вызвавшего его события. Следовательно, не может быть гносеологического описания этой отсутствующей реальности, так что вопрос о возможности «восстановления» свойств отпадает сам собой. Стало быть, историческое познание в принципе не в состоянии воссоздать прошлый объект в той мере, в какой это было бы возможно при актуальном существовании данного объекта. Некоторые осмысленные высказывания о существовавшем в прошлом объекте неизбежно будут иметь третье, неопределенное истинностное значение.

В противоположность прошлому переход в будущее есть процесс *приобретения предикатов*. В момент актуализации будущего события оно приобретает максимальную определенность всех своих характеристик. Но событие обладает полнотой свойств лишь пока оно находится в настоящем. С переходом в прошлое начинается процесс потери предикатов.

Существенным аспектом развиваемых здесь взглядов является положение о том, что как процесс приобретения, так и процесс потери предикатов является *недетерминированным*. Если бы эти процессы были детерминированными, то можно было бы предсказывать будущее и актуалистически описывать прошлое. В действительности наши прогностические способности очень ограничены, а память о прошлом ненадежна и неполна. Каким будет будущее — в значительной мере зависит от нашего выбора. Менее тривиально звучит утверждение, что в определенной мере от нас зависит, каким будет прошлое. Не только в том смысле, что, выбирая будущее, мы тем самым определяем и то, что перейдет в прошлое, но и в том смысле, что даже тогда, когда событие уже оказалось в прошлом, от нас зависит, насколько быстро будет протекать процесс потери этим событием своих предикатов.

В самом деле, можно распахать археологический объект и тем самым ускорить процесс потерь предикатов, но можно действовать прямо противоположным образом, сохраняя и изучая этот объект. Можно выбросить дневники и фотографии, а можно и сберечь их. И так далее. Возникает законный вопрос: не получается ли, что субъект познания может, воздействуя на процесс потерь предикатов, изменять объект познания? Положительный ответ на поставленный вопрос приводит к принятию идеалистической теории исторического познания, тогда как отрицательный — к реалистической теории исторического познания. Я склоняюсь к отрицательному ответу на поставленный вопрос на следующем основании. Никакое воздействие на процесс потерь предикатов не в состоянии ни в одном случае изменить истинное высказывание о прошлом на ложное, а ложное высказывание о прошлом на истинное. Единственная форма активности субъекта исторического познания связана с сохранением класса истинных высказываний о прошлом, препятствование выпадению высказываний из этого класса и переходу их в неопределенное истинностное состояние. Иными словами, до определенной степени мы можем замедлять (но не останавливать совсем) процесс потери информации о прошлом.

Но с точки зрения интересов субъекта далеко не всегда требуется сохранять память о прошлом. Прошлое безвозвратно уходит? — «И хорошо, что именно так, — пишет Я.Лукасевич. — В жизни каждого из нас случаются тяжелые минуты страданий и еще более тяжелые минуты вины. Мы хотели бы стереть эти минуты не только из нашей памяти, но и в действительности. Ничто не препятствует нам верить, что когда исчерпают себя все следствия этих роковых минут, даже если бы это произошло лишь после нашей смерти, тогда и они сами будут вычеркнуты из материального мира и перейдут в сферу возможного. Время утоляет печали и несет нам прощение»[138].

Из сказанного выше вытекает, что в ходе реконструкции прошлого историк имеет дело с парами объектов вида <*прошлый объект — след объекта*>, где *след объекта* (письменный источник, например) существует в актуальном «сейчас» и репрезентирует оставшийся в прошлом объект.

Онтологический путь образования пары указанного вида состоит в том, что в ходе течения времени объект теряет предикаты, оставляя следы своего существования в настоящем:

$$b \to\to \text{time} \to\to b', c', d', \ldots,$$

где b — это объект прошлого, а b', c', d' и так далее — следы, оставшиеся от b. Объект b онтологически уже не существует, в то время как его следы могут быть изучены непосредственно. Процесс потери предикатов объектом b на схеме не отображен.

Поскольку следы b существуют актуально, всякое осмысленное применение точно определенного предиката к следу образует истинное или ложное высказывание. Например, если P — точно определенный одноместный предикат и выражение $P(b')$ осмысленно, то будем иметь либо $|P(b')|=И$, либо $|P(b')|=Л$ (здесь $|...|$ — функция истинностной оценки высказываний). Однако применительно к прошлому объекту b ситуация меняется. Если выражение P(b) вообще осмысленно (что не обязательно, поскольку свойства следов далеко не всегда являются свойствами объекта, эти следы оставившего), то наряду с возможностями $|P(b)|=И$ и $|P(b)|=Л$ появляется новая возможность: $|P(b)|=Н$, где Н — неопределенное истинностное значение, отличное и от И (истина), и от Л (ложь).

Так химические методы в ряде случаев позволяют установить, что содержание ядовитых веществ (мышьяка, например) в останках в несколько раз выше нормы. Однако это не позволяет сделать однозначный вывод о том, что превышение нормы произошло при жизни. При отсутствии других значимых следов версия об отравлении останется недоказанной[139].

Следует различать *онтологическую* и *гносеологическую* неопределенность, когда мы говорим о третьем истинностном значении Н. Так с определенностью можно утверждать, что среди теорем, которые ученые считают доказанными в настоящее время, имеются ложные высказывания. Но принятие данного утверждения в качестве истинного не специфицирует ни одной теоремы, ошибочно относимой к доказанным истинам. Про любую теорему t мы можем либо утверждать, что она доказана, либо указать, что некоторые ученые считают ее доказанной, либо ссылаться на то, что никому не удалось показать ее ошибочность. В любом случае, если $t \in T$, где T — класс всех теорем, принятых в настоящее время в качестве доказанных, и $\in$ — знак принадлежности элемента множеству, то не обязательно мы будем настаивать на несомненной истинности t. А вдруг ошибочность t просто не заметили или эта ошибочность проистекает из нетривиальных соображений? Представим себе, что ошибочное приписывание значения «истинно» теореме $t \in T$ карается смертью. Не окажется ли в этом случае список истинных теорем слишком коротким? Я, пожалуй, рискну на этих условиях утверждать, что в арифметике Пеано $2\times2=4$, что $A\rightarrow A$ доказуемо в классическом исчислении высказываний и т.п. Но вряд ли я решусь утверждать, что для раскраски любой карты достаточно четырех цветов или что арифметика Пеано непротиворечива. А вдруг четырех цветов недостаточно, а вдруг арифметика противоречива — не расставаться же из-за этого с жизнью!

С другой стороны, для любой теоремы $t \in T$ не подходит и характеристика «ложно», поскольку по определению T составляют лишь такие теоремы, ложность которых не доказана. В этих условиях для каждого $t \in T$ неизбежно либо принятие утверждения, что t истинна, либо утверждения, что t неопределенна (то есть может оказаться истинной, но может быть и ложной, хотя последнее менее вероятно в общем случае). Ясно, что принятие теоремы, на истинности которой мы не настаиваем категорически, имеет гносеологический характер. Если завтра для некоторой теоремы $t \in T$ будет показано, что t ложно, то это не потому, что t сегодня была истинной, а завтра стала ложной. Утверждение t и сегодня было ложным, но мы этого не знали. Но данное незнание действительно имело место, так что (за вычетом тех, кто лишился жизни за принятие t в качестве истины) правы были эксперты, приписавшие утверждению t неопределенное истинностное значение. Таким образом, в приведенном примере мы имели дело с гносеологической неопределенностью.

С иным положением дел сталкивается исследователь прошлого и будущего. В момент «теперь» онтологически уже не существует части прошлой жизни и онтологически еще не существует будущей истории во всех ее деталях. Если истинность или ложность теоремы остается неизменной в веках, то для событий, зависящих от времени, дело обстоит противоположным образом. Не думаете ли вы, что в эпоху существования динозавров уже существовала объективная возможность появления этих строк? Равным образом не думаете ли вы, что любой из существовавших динозавров оставил в самой реальности неизгладимый след? — Нет, возникновение этих строк, а также читающих их, было творческим актом Вселенной, отнюдь не заложенным в ней от начала времен. Точно так же неизбежно с течением времени исчезнет наша эпоха, оставив в лучшем случае какие-либо следы. Но что-то из нашей жизни исчезнет без следа. В отношении таких процессов возникновения и исчезновения во времени имеет место онтологическая неопределенность.

Таким образом, в отношении вечных истин действует гносеологическая неопределенность, в отношении же темпоральных истин действует онтологическая неопределенность.

На данном этапе анализа нет необходимости заниматься подробным исследованием свойств неопределенности (это будет сделано в следующей главе). Отметим лишь некоторые важные ее особенности. Традиционные истинностные значения И и Л выражаются в языке посредством утверждения либо А, либо $\neg$А. Соответственно в языке должна иметься возможность выражать неопределенность Н. Введем для этого новую логическую связку «н»: нА будем читать как «неопределенно А», «А не определено» и т.п. Теперь в случае $|A|=И$ утверждаем А, в случае $|A|=Л$ утверждаем $\neg A$, и в случае $|A|=Н$ утверждаем нА.

Будем считать, что закон исключенного третьего по-прежнему действует и формула $A \vee \neg A$ истинна при любом А, но теперь из $A \vee \neg A$ уже не следует, что либо $|A|=И$, либо $|\neg A|=И$ (или что либо $|A|=Л$, либо $|\neg A|=Л$), поскольку не исключено, что $|A|=Н$ и $|\neg A|=Н$. Однако для актуальных объектов (следов, например) по-прежнему из двух противоречащих суждений, имеющих точный смысл (например, суждение «Клеопатра — женщина» имеет точный смысл, тогда как суждение «Клеопатра — красавица» может вызвать споры), одно является истинным. Отметим также, что нА $\leftrightarrow$ н$\neg$А, то есть А не определено тогда и только тогда, когда $\neg A$ не определено. Если $|P(b)|=Н$ (или, что то же самое, верны утверждения нP(b) и н$\neg$P(b)), то будем говорить, что P — *неопределенный* предикат для b; в противном случае P будем называть *определенным* предикатом для b.

Введенные понятия позволяют сформулировать основную задачу исторического познания: *на основании предикатов, присущих следу, восстановить определенные предикаты объекта, оставившего след.* Ясно, что поскольку неопределенные предикаты утрачены безвозвратно в онтологическом, а следовательно, и в гносеологическом смысле, нет никаких надежд на их восстановление. Следует отчетливо осознавать, что на предикатах нет бирок с указанием, являются ли они определенными или неопределенными для данного объекта b. Поэтому в конкретных случаях неудача по реконструкции предиката не обязательно означает, что он онтологически потерян. Может быть, новые находки историков или новые достижения других наук позволят пролить свет на некоторые загадки прошлого. Но в любом случае требовать от историка детальной реконструкции событий — значит совершать гносеологическую ошибку. Прошлое восстановимо с точностью до определенных предикатов. Однако даже в такой форме данный тезис — лишь идеал, цель, к которой надлежит стремиться: ведь требуется еще установить (а сделать это нелегко из-за ограниченности наших знаний), какие предикаты следа приведут к определенным предикатам прошлого объекта. Прежде чем перечислить логически возможные связи между предикатами следа и предикатами реконструируемого объекта прошлого, отметим, что схема исторического познания является своего рода обращением вышеприведенной схемы образования следов:

$$b \leftarrow\leftarrow time \leftarrow\leftarrow b', c', d',....$$

Данная схема противодействует ходу времени. Это проявляется в том, что историк фиксирует в более устойчивых материальных образованьях, чем сами следы (которые, в свою очередь, подвержены становлению и потому теряют предикаты, оставляя следы следов), те предикаты прошлого объекта, которые удалось установить с определенностью. Без этих действий последующим поколениям историков достались бы более фрагментарные следы и, следовательно, большее число неопределенных предикатов для реконструируемого объекта.

Пусть A(x) и B(x) — не обязательно различные одноместные предикаты (случай n-местных предикатов при n>1 в целях простоты изложения не рассматривается). Тогда логически возможны следующие связи между предикатами следов и предикатами прошлых объектов:

1. $B(b) \leftarrow A(b')$
2. $B(b) \leftarrow \neg A(b')$
3. $\neg B(b) \leftarrow A(b')$
4. $\neg B(b) \leftarrow \neg A(b')$
5. $\text{н}B(b) \leftarrow A(b')$
6. $\text{н}B(b) \leftarrow \neg A(b')$

Здесь стрелка «←» — это обычная материальная импликация, повернутая в противоположную сторону для демонстрации того обстоятельства, что рассуждения о прошлом должны вестись только на основе актуально сохранившихся следов прошлых событий. Сохраняя принятый в схемах порядок прошлый объект — след объекта, мы были вынуждены обратить импликацию. Конечно, если, скажем, верно 1 и при этом A(b'), то имеем (по правилу отделения modus ponens) истинное высказывание B(b), которое затем можно использовать в дальнейших выводах. Но в любом случае всякое утверждение о свойствах прошлого объекта должно быть следствием утверждений о свойствах следов этого объекта. В историческом исследовании непосредственное познание объекта прошлого исключается — оно непременно должно быть опосредовано изучением свойств следов.

Отметим, что мы не требуем, чтобы предикаты A и B были различными. Но если для любого объекта a (прошлого или актуального — неважно) тривиально выполняется $A(a) \leftarrow A(a)$, то для объекта b и его следа b' вопрос о том, верна ли импликация $A(b) \leftarrow A(b')$, может скрывать сложную проблему. Как мы только что видели, имеется шесть абстрактно возможных вариантов связи предиката следа и предиката объекта. В 5 и 6 случаях вопрос о принадлежности соответствующего предиката объекту онтологически не разрешим. В остальных случаях мы можем надеяться на определенный ответ, хотя для его получения может не хватить полученных на данном этапе развития познания сведений.

Разумеется, для достижения общности рассмотрения следует ставить вопрос не только о свойствах объектов прошлого и актуальных следов прошлых событий. Объекты в момент своего существования вступали в многообразные отношения с другими объектами, и следы этих отношений частично сохраняются в материальных остатках прошлой реальности. Учет упомянутых отношений заставляет рассматривать переходы вида

$$B(b, d1, d2,..., dn) \leftarrow A(b', d1', d2',..., dn').$$

Напоследок сделаем замечание технического характера. Отмеченные выше свойства связки «н» позволяют ограничиться рассмотренным списком из шести пунктов. Например, соотношение $н\neg B(b) \leftarrow A(b')$ посредством эквивалентности $нB \leftrightarrow н\neg B$ редуцируется к пункту 5 и так далее.

Во второй части появление онтологической неопределенности связывалось с рассмотрением универсума как *вычислительного процесса*. В конечном счете все выше приведенные рассуждения основывались на компьютероподобной модели реальности. Вне такой модели в лучшем случае можно будет указать на потерю предикатов как на факт, но не объяснить его. Таким образом, наша интерпретация познания прошлого исходит из далеко идущих теоретических построений. При этом возникает ряд вопросов, касающихся правомерности подобных конструкций.

Концепция, допускающая существование в самой объективной реальности вычислительного аспекта, кажется на первый взгляд чисто спекулятивной. Да, она сверхэмпирическая, поскольку эмпиризм видит источник и критерий познания в чувственных данных. Однако чувственная информация никогда сама по себе не приводит к какой-либо концепции. В конце концов, такого рода информацией располагают и животные, но они не создают теорий.

Сверхэмпиризм не обязательно спекулятивен. Любая теория сверхэмпирична, тем не менее выражение «эмпирическая теория» отнюдь не бессмысленно. Теория действительно может коррелировать с чувственными данными (особенно если понимать их в физикалистском, а не феноменологическом значении), при этом никогда не исчерпываясь ими и никогда не возникая из них однозначным образом (вспомним, например, парадокс альтернативных онтологий). Физика — эмпирическая наука, но она в высшей степени теоретична.

Распространено мнение, что за эмпирической теорией следует теория спекулятивная. Лучше сказать иначе: если теория не эмпирична, то она спекулятивна, коль скоро претендует на описание объективной реальности (последнее замечание исключает из рассмотрения математические теории, которые описывают не столько реальный мир, сколько возможные миры). Так вот, это мнение ошибочно. Понятие «опыт» не сводится к понятию «эмпирический опыт», если считается, что последнее понятие формируется посредством наблюдений и экспериментов.

Правда, понятие опыта, по отчасти справедливому замечанию Х.-Г.Гадамера, парадоксальным образом относится «к числу наименее ясных понятий, которыми мы располагаем»[140]. Но эта неясность проистекает, на наш взгляд, в первую очередь из-за упоминавшегося сведения опыта к атомизированному чувственному эмпирическому опыту, к физикалистски истолкованному опыту, и лишь во вторую очередь является следствием недостаточной ясности понятия опыта. Однако этот недостаток преодолим уже на уровне здравого смысла. Мне уже приходилось писать о том, как мало́ поле узко понимаемого эмпирического опыта[141]. Можно ли запротоколировать факт существования сознания и самосознания? Установить в эксперименте наличие государств и видов живых организмов? Или эмпирически подтвердить или опровергнуть наличие такой науки, как физика, наряду с другими науками, например историей? Все перечисленные и многие другие области человеческого опыта явно выходят за рамки физикалистски трактуемого эмпирического подтверждения. Между тем вряд ли можно считать адекватной доктрину, признающую за названными феноменами лишь спекулятивную основу. Напротив, следует принять в качестве опытных, хотя и не эмпирических, фактов и существование сознания, и существование государств и жизни, и существование различных наук и многое другое, что не наблюдаемо ни непосредственно, ни в каком бы то ни было эксперименте, согласившись в этом вопросе со здравомыслящим большинством цивилизованного человечества (попробуйте, например, усомниться в существовании государства, гражданином которого вы являетесь, посредством нарушения установленных законов, и вас быстро убедят в его реальности).

Вот это на самом деле обширное поле неэмпирического опыта образует фундамент концепций, лежащих между эмпирическими и чисто спекулятивными теориями (наподобие натурфилософии Шеллинга и Гегеля или мифологии психоанализа и марксизма). Граница между опытными в широком смысле и спекулятивными концепциями достаточно ощутима и сводится к критерию фальсифицируемости, хотя и не в столь категорической форме, как у К.Поппера.

Неэмпирический опыт так же требует концептуального осмысления, как и опыт наблюдений и экспериментов. Получающиеся в результате концепции должны быть фальсифицируемы, только в случае неэмпирических концепций критерии фальсификации не столь явны и их труднее применить, чем в случае эмпирических теорий. Прежде всего, любая концепция должна быть непротиворечивой. В том случае, если в ней используется неклассическое отрицание, она должна быть по крайней мере абсолютно непротиворечивой, то есть в ней необходимо наличие четкой границы между принимаемыми и отбрасываемыми утверждениями; при этом классы принимаемых и отбрасываемых высказываний не должны быть пустыми или наполненными только тривиальными утверждениями.

Далее, концепция должна допускать формулировку фальсифицирующих условий. Так концепция И.Канта об априорности евклидовой геометрии была фальсифицирована фактом появления неевклидовых геометрий. Родственная ей концепция априорного времени до сих пор не фальсифицирована. Но допускает ли она фальсификацию в принципе? Вопрос не так прост, так как когда априорной формой чувственности считается евклидово пространство, то точно известно, что это за пространство. С другой стороны, теория времени, которую можно было бы объявить априорной, ни в математике, ни в логике разработана не была. Тем не менее известно, что как геометрия, так и арифметика могут быть представлены в виде совершенно однотипных аксиоматических систем, для которых не существует постулируемого Кантом различия между якобы априорно пространственными суждениями геометрии и априорно темпоральными суждениями арифметики. Одно это обстоятельство наносит по кантовскому априоризму в отношении времени ощутимый удар. Более того, наличие компьютеров, с их «умением» решать геометрические и арифметические задачи, кажется, не оставляет почти ничего от кантовских априорных форм чувственности. То же самое касается априоризма в отношении форм рассудка, поскольку Кант в качестве априорной схемы принял аристотелевскую силлогистику, являющуюся, по меткому выражению Я.Лукасевича, «убогим фрагментом» логики[142]. К тому же появились неклассические логические системы, которые были для традиционной логики тем же, чем неевклидовы геометрии были для геометрии евклидовой.

Возможно, предыдущие аргументы были не столь убедительны именно в отношении времени как априорной формы чувственности, поскольку основывались лишь на фальсификации частного следствия кантовской философии (тезиса о том, что арифметика, в отличие от геометрии, основывается на времени). Интуиционисты (в первую очередь Брауэр), отказавшись от этого следствия, выход нашли в том, чтобы всю математику обосновать на идее времени. Однако идущий более двух тысячелетий спор о природе времени, особенно о статусе становления во времени, делает проблематичной саму мысль о том, что мы обладаем одной и той же интуицией времени.

В результате априоризм в кантовском варианте явно рушится. Утешительный момент в этой истории — то, что кантовская концепция априорных форм чувственности и рассудка оказалась фальсифицируемой и тем самым научной, а отнюдь не спекулятивной. Кант осмысливал не эмпирические свидетельства, а широко понимаемый опыт. Другое дело, что в рамках опыта того времени единственно возможной логикой считалась аристотелевская силлогистика, а единственно возможной геометрией — евклидова геометрия. У Канта не было весомых оснований в этом сомневаться. Более того, усомниться в этом — значило пойти именно наперекор опыту. Не напоминает ли ситуация судьбу эмпирических теорий, не выдерживающих напора новых, неизвестных прежде опытных данных? Вспомним, например, теорию теплорода!

Итак, фальсифицируемы не только эмпирические теории, но и теории, опирающиеся на широко понимаемый опыт. Я намереваюсь предложить такую теорию или, лучше сказать, концепцию (поскольку предметом изучения в этой концепции будут, в частности, такие объекты, как теории), исходным пунктом которой является несомненный опытный (хотя и не эмпирический) факт существования не только *законов*, описывающих вещи и события объективного мира, но и *истории* вещей и событий. Совокупность определенных законов образует теорию соответствующей области явлений. Но те же самые явления могут иметь аспект, выпадающий из номологического анализа и доступный только идиографическому описанию.

Таким образом, теория состоит из номологических утверждений или законов, а история — из идиографических высказываний, законами не являющимися. Из опыта известно, что из законов нельзя дедуцировать историю (однако остается спорным, можно ли из истории извлечь законы). Лаплас был не прав, думая, что это возможно. Сейчас с данным выводом согласны все (или почти все). Но как-то не замечается, остается в тени тот факт, что история развертывается в полном согласии с законами (если, конечно, эти законы истинны). Получается, что история соблюдает законы (физики, например), но не исчерпывается ими. Так что же в истории *сверх*законного? И почему это сверхзаконное не способно вступать в конфликт с законом и находиться с ним в противоречии?

Обычными в эпистемологии являются три следующих позиции: 1) речь ведут только о теоретическом знании, забывая или не замечая знание историческое; 2) анализируется историческое познание и только; 3) теория и история рассматриваются в сопоставлении; при этом либо приходят к мысли об их полной противоположности (например, неокантианцы баденской школы), либо различия между историей и теорией нивелируются (например, марксистская историография).

Ни одна из перечисленных позиций не ставит вопрос: а почему, собственно, реальность требует как номологического, так и идиографического описания; какой должна быть реальность, способная к историческому развитию с соблюдением законов? Если описание этой реальности ограничивается совокупностью законов, то теряется исторический аспект. Если же писать историю, то в стороне остаются универсальные законы. Если, наконец, соединить и первый, и второй способы описания, то не окажется ли результат механическим объединением того и другого?

В духе кантовской философии поставленный вопрос можно переформулировать следующим образом: *как возможна история, соответствующая законам, но не сводимая к ним*? Поскольку, повторяем, и номологический, и исторический аспекты мира являются фактическими (но не эмпирическими) данностями человеческого опыта, они побуждают к постановке вопросов и поисков ответов на них, состоящих в создании соответствующей концепции связи исторического и теоретического.

Вариантом такой концепции является предложенная выше теория АВТ-вычислимости. С помощью аппарата АВТ-вычислимости удается избежать как Сциллы несопоставимости теории и истории, так и Харибды их неразличимости. Впадение и в ту, и в другую крайность на деле означает, что связь между теорией и историей установить не удалось. Мы предлагаем механизм, который не может быть отнесен ни к области теоретического знания, ни к области исторического описания. Речь идет о процессах выполнения АВТ-компьютерами соответствующих программ. Данные процессы нельзя описать ни теоретически, ни исторически в том смысле, что такие описания будут односторонними. Адекватное описание АВТ-процессов потребует сочетания теоретического и исторического подходов.

§3. Познание прошлого: переоценка и индетерминизм

В числе неудавшихся попыток объяснения особенностей познания прошлого (кроме мейеновской темподесиненции) отметим подходы фон Вригта и Я.Лукасевича. Начнем с первого из названных авторов.

Согласно фон Вригту, «пересмотр отдаленного прошлого в свете более недавних событий в высшей степени характерен для научного исследования, именуемого историографией». Данным обстоятельством фон Вригт объясняет невозможность полного и окончательного описания исторического прошлого. Дело, поясняет он, не только в тривиальном явлении открытия новых фактов о прошлом. «Нетривиальное основание заключается в том, что в процессе понимания и объяснения более недавних событий историк приписывает прошлым событиям такую роль и значение, которыми они не обладали до появления этих новых событий. А поскольку полностью будущее нам неизвестно, мы не можем сейчас знать все характеристики настоящего и прошлого». Более того, «можно было бы сказать, что полное понимание исторического прошлого предполагает, что будущего нет, что история окончена»[143].

Но не будет ли все новая и новая переоценка прошлого историком субъективной? Нет, отвечает фон Вригт (хотя он и признает неизбежность присутствия элемента субъективности): «Например, утверждение, что более раннее событие сделало возможным позднее событие, может быть, и нельзя окончательно верифицировать или опровергнуть. Но это утверждение основано на фактах, а не на том, что думает историк об этих фактах»[144].

Я не вижу в этих рассуждениях фон Вригта обоснования характерных особенностей историографии. В самом деле, разве физики не переоценивают время от времени открытые ими законы, уточняя эти законы или даже отбрасывая их вовсе? Можно возразить в этой связи, что изменяются не объективные законы, а способы их описания, отменяются неверные или неточные формулировки, тогда как в случае с историографией изменяется сама историческая реальность. Я не могу сказать, видел ли фон Вригт, что принятие его объяснения ведет к выводу об изменчивости прошлого, причем не в смысле указания на своеобразный рост прошлого за счет бывшего настоящего и будущего. С таким смыслом согласится любой сторонник динамической концепции времени, признающий объективность становления или течения времени, то есть объективность перехода настоящего и будущего в прошлое с течением времени.

Вывод, следующий из рассуждений фон Вригта, гораздо более радикальный: прошлое растет, увеличивается в объеме не просто за счет добавления новых фактов, прежде имевших статус настоящих или будущих, а, кроме того, посредством изменения уже находившихся в прошлом фактов как таковых. Например, ни один из живущих сегодня молодых людей не является прадедом кого бы то ни было. Однако с течением времени положение дел может измениться, и некто может стать, уже будучи в прошлом, возможно, уже не числясь среди живущих, прадедом какой-либо знаменитости. Получается, что он обретает новый предикат, отсутствовавший у него до этого. Запишем сказанное на языке логики предикатов. Пусть истинно, что b умер и что b не является ничьим прадедом: $\text{Умер}(b)\ \&\ \forall x \neg \text{Прадед}(b, x)$. По прошествии времени может оказаться, что $\text{Умер}(b)\ \&\ \exists x\, \text{Прадед}(b, x)$. Получается, что предикат «Прадед» был обретен индивидом b несмотря на то, что актуально он уже не существует. Как раз это обстоятельство и позволяет «переоценить» значение b в пределах только объективных фактов. Получается, стало быть, что прошлое изменяется: утверждение, ранее бывшее истинным высказыванием о прошлом, может с течением времени стать ложным.

Полученные выводы неверны, и, следовательно, рассуждения фон Вригта также ошибочны. Ошибка заключается в том, что такие характеристики времени, как прошлое, настоящее и будущее либо должны определяться однозначно, либо не использоваться вообще. Настоящий момент, в который пишутся эти строки, одинединственный. Других «настоящих» просто нет. А посему и прошлое, и будущее (которые однозначно определяются моментом настоящего) также единственны. Когда историк переоценивает исторические факты и выводы, сделанные его предшественником, он имеет дело с другим настоящим и, следовательно, с другим прошлым и будущим. У этих историков нет единого прошлого, относительно которого они могли бы обменяться мнениями. Поэтому разные поколения историков имеют дело с разным прошлым. Если есть историк И1 и живший после него историк И2, то необходимо учесть, что имеется прошлое П1 и прошлое П2 и П1≠П2. Между тем в рассуждениях фон Вригта фигурирует единое прошлое, прошлое как таковое. Но введение двух разных прошлых ведет к признанию наличия двух разных настоящих. Но из этих «настоящих» как минимум одно не настоящее, поскольку настоящее, если признается его объективное существование, может быть только одно (все остальное будет не настоящим, то есть прошлым или будущим, или вообще безвременным). Выход состоит в том, чтобы переформулировать наши высказывания таким образом, чтобы они утратили темпоральный характер (в науке чаще всего именно так и поступают): Умер(b,t) & ∀x¬Прадед(b,x,t), Умер(b,t) & ∃xПрадед(b,x,t'), где t и t' — моменты времени, причем t≠t', так как в противном случае возникает логическое противоречие. Так что же в таком случае подверглось переоценке — первое высказывание или второе? Ясно, что никакого изменения прошлого не произошло: оба высказывания могут быть истинными, относясь к разным временам.

Динамический взгляд на время позволяет указать на более тонкое разрешение обсуждаемой ситуации. Из двух историков, принадлежащих к разным поколениям, разделенным толщей времени, только один может существовать в объективном настоящем. Конечно, это последний по времени существования историк, но никак не первый, который уже в объективном прошлом и актуально не существует. Тогда может случиться так, что Умер(b,t) & ∀x¬Прадед(b,x,t) истинно, но истинно также Умер(b) & ∃xПрадед(b, x), если последнее относится к настоящему (момент t тогда — это момент прошлого). Действительно, то, что происходит у нас на глазах, в объективном настоящем, не требует непременного указания на момент времени. Можно, впрочем, и первое высказывание избавить от указания на конкретный момент, сказав: Было, что Умер(b) & ∀x¬Прадед(b, x). Разумеется, правомерно также добавление: А сейчас верно, что Умер(b) & ∃xПрадед(b, x). Того самого x, существование которого утверждается во втором высказывании, действительно не было (по условию рассматриваемого примера) в прошлом, поэтому квантификация в первом и во втором высказывании должна вестись по разным областям (точнее, первая область есть собственная часть второй).

Итак, объективная переоценка прошлого в строгом смысле невозможна, поскольку прошлое неизменно: прошлые истины не могут стать ложью, прошлая ложь никогда не станет истиной. Как указывалось выше, изменение прошлого возможно только в отношении утраты определенности истинностных характеристик.

На первый взгляд, более удачный вариант объяснения специфики познания прошлого выдвинул Я.Лукасевич[145]. Согласно Лукасевичу, хотя каждое событие имеет причину в прошлых событиях, есть такие бесконечные причинно-следственные цепочки, которые целиком содержатся в будущем. Лукасевич представляет время в виде прямой линии, изоморфной множеству действительных чисел. Поэтому некоторый отрезок времени можно упорядочить как отрезок [0, 1] (точки 0 и 1 принадлежат отрезку), в котором точка 0 является настоящим, а 1 — будущим. В отрезке [0, 1] числа, большие 1/2, образуют полуинтервал (1/2, 1] (точка 1/2 не принадлежит этому полуинтервалу), не имеющий начала, но имеющий конец в точке 1. Допустим, что эти числа соответствуют причинам события, происшедшего в момент 1. Тогда перед нами бесконечная цепь уходящих в прошлое причин, но вся эта цепь целиком находится в будущем (относительно момента 0), так что событие в 1 невозможно предсказать, находясь в 0.

Допуская транзитивность причинных связей, то есть допуская, что из «А причина В» и «В причина С» следует, что «А причина С» (по-видимому, Лукасевич это подразумевает, хотя в явном виде не говорит о свойстве транзитивности каузальных связей), получаем, что тезис «Каждое событие имеет причину в более раннем по времени событии» не равнозначен утверждению «Каждое событие имеет причину в сколь угодно далеком прошлом». «Такая точка зрения, — пишет Я.Лукасевич, — представляется не только логически возможной, но и действительно кажется более умеренной, нежели высказывание, что даже мельчайшее будущее событие имеет свою причину, действующую с сотворения мира» и «то, что такая-то и именно такая муха, которая сегодня еще вообще не существует, зажужжит мне над ухом в самый полдень 7 сентября будущего года, этого еще никто сегодня предвидеть не в силах, а высказывание о том, что это будущее поведение этой будущей мухи имеет уже сегодня свои причины и имело их извечно, кажется скорее фантазией, чем утверждением, имеющим хотя бы тень научного обоснования»[146].

Очевидно, что двойственным образом сказанное о будущих причинных цепях относится и к бесконечным причинным цепям, целиком находящимся в прошлом: если «начинающиеся в будущем причинные цепи принадлежат сегодня сфере возможного, то и из прошлого реально сегодня лишь то, что еще сегодня действует в своих следствиях»[147] . Лукасевич не уточняет смысл сказанного о прошлом. По-видимому, имеются в виду полуинтервалы типа [-1, -1/2) при условии, что 0 по-прежнему момент настоящего. Такая причинная цепь бесконечна в будущее, однако не достигает точки 0. Вновь получается, что принимаемая Лукасевичем модель времени и свойство транзитивности каузальных связей позволяет различать утверждения «Каждое событие является причиной более позднего по времени события» и «Каждое событие имеет следствия в сколь угодно далеком будущем».

В целом у Я.Лукасевича получается, что незначительное событие m (вроде жужжания мухи) может не иметь первой причины и последнего следствия, но все это бесконечное число причин и следствий умещается в конечном временном интервале (t, t'), причем t < m < t'. Описанная позиция вызывает два возражения. Во-первых, в силу существования k и l таких, что t < k < m < l < t', вместо интервала (t, t') можно рассмотреть интервал (k, l), который содержит не имеющую начала и конца причинно-следственную цепь, связанную с событием m. Относительно события k верно, что k — причина события m, поскольку k принадлежит причинной цепи (t, m], приведшей к появлению события m. Вместе с тем полуинтервал (k, m] целиком лежит в будущем относительно события k и, согласно точке зрения Я.Лукасевича, не может быть причиной события m. То же самое противоречие возникает при рассмотрении следствий события m. Полуинтервал [m, t') по условию содержит следствия события m, и событие l является одним из таких следствий, поскольку l принадлежит [m, t'). Но цепь следствий [m, l) целиком располагается в прошлом относительно события l, в силу чего l не может быть следствием этой цепи и, в частности, не может быть следствием m.

Можно попытаться обойти возникшие противоречия за счет указания на то, что интервал (t, t') по исходному предположению содержит все причины и следствия события m, тогда как включенный в него интервал (k, l) этому требованию не удовлетворяет и потому ссылаться на интервал (k, l) нельзя. Даже если эта увертка помогает избежать противоречий, она как минимум снижает ценность объясняющей индетерминизм модели Я.Лукасевича. В самом деле, либо нахождение в будущем или в прошлом соответствующей бесконечной причинно-следственной цепи является основой индетерминизма, либо нет. Поэтому, если мы принимаем, что не всякая целиком лежащая в будущем или в прошлом бесконечная каузальная цепь обеспечивает индетерминизм, то ссылка на такие цепи при объяснении индетерминизма мало что дает. Короче говоря, если мы принимаем (а это в точности соответствует обсуждаемой точке зрения Я.Лукасевича), что событие t не является причиной события m потому, что полуинтервал (t, m] лежит в будущем относительно t (двойственным образом, событие t' не является следствием m потому, что полуинтервал [m, t') лежит в прошлом относительно t'), то тогда то же самое рассуждение должно быть верным для любого аналогичного причинно-следственного полуинтервала, целиком лежащего в будущем (в прошлом) относительно события t (или t'). В противном случае обсуждаемая модель индетерминизма дефектна, так как основана на механизме, который иногда действует, а иногда нет.

Во-вторых, модель индетерминизма Я.Лукасевича приводит к странной картине ускорения или замедления причинных взаимодействий. Пусть M — множество событий настоящего и [t, M) — каузальная цепь, вызванная событием t как причиной. Эта цепь целиком лежит в прошлом, поэтому установить в настоящий момент времени факт существования t невозможно: следствия события t не достигают настоящего. Пусть со времени совершения события t до настоящего момента прошел 1 час. Можно указать следствие t' события t, наступившее через 30 минут. Однако событие t' уже не имеет следствия, появившегося через 30 минут! Действительно, если бы такое следствие t'' имело место, оно принадлежало бы настоящему M. В силу транзитивности из t причина t' и t' причина t'' следовало бы, что t причина t'', в противоречии с условием. Зато t' имеет следствие t'', наступившее, скажем, через 15 минут. Однако ситуация повторяется: у события t'' нет следствия, наступившего через 15 минут. И так далее. Всякий раз можно указать временной отрезок [n, m] длины $k>0$, содержащийся в полуинтервале [t, M), в течение которого некоторое событие n вызывало следствия вплоть до m включительно, такой, что не существует отрезка [m, p] длины k, содержащегося в полуинтервале [t, M). Зато существует отрезок [m, q], длины меньшей, чем k. Данное рассуждение напоминает апорию «Ахилл и черепаха» Зенона Элейского, причем мы соглашаемся с Зеноном, что точка настоящего не будет достигнута — ведь, по условию, наша причинная цепь целиком в прошлом. Получается, однако, что последующие события цепи порождают все более короткие по времени появления следствия.

Двойственным образом, причинная цепь (M, f], целиком лежащая в будущем и также имеющая продолжительность существования в 1 час, будет идти от практически мгновенных причин к более продолжительным причинным связям: события, близкие к M, будут причинно порождаться за сколь угодно малые промежутки времени, тогда как для событий, близких к f, можно будет указать реалистические времена их причинного порождения. Опять-таки это напоминает апорию «Дихотомия» Зенона и вновь его заключение об отсутствии начала ряда не оспаривается. Странность в другом: индетерминизм по Я.Лукасевичу ведет к выводу о существовании упорядоченных рядов событий, которые либо порождают все более короткие следствия во времени (ряд t, t', t'',...), либо вызываются все более долгими во времени причинами (ряд..., f'', f', f, рассматриваемый слева направо в соответствии с направлением стрелы времени). Представляется, что вытекающий из концепции Я.Лукасевича вывод о ведущих себя подобным образом причинных рядах является артефактом, которому в реальности ничто не соответствует. Попробуйте, например, воспроизвести индетерминистскую цепь причин появления будущей мухи, цепь, не имеющую начала во времени и в которой предыдущие события обусловлены более короткими каузальными связями, чем последующие.

Отметим, что наша критика индетерминистских каузальных цепей Я.Лукасевича не затрагивала весьма спорное в концептуальном плане отождествление времени с действительной прямой, поскольку такое отождествление остается распространенным приемом современной науки и не свойственно только разбираемой теории индетерминизма. Речь шла только о дефектах и артефактах, специфичных для данной теории.

Глава 9. Логика неопределенности

§1. Семантика неопределенности

В предыдущей главе с содержательной точки зрения были проанализированы рассуждения в условиях неопределенности, связанной с течением времени и, в частности, с изменением свойств предикации в отношении объектов и событий прошлого. На самом деле неопределенность такого рода возникает в более обширном классе ситуаций. В заключительной главе, которая носит технический характер, мы построим формальную семантическую теорию неопределенности и продемонстрируем аксиоматизируемость свойства «быть общезначимой формулой» в этой семантике.

Пусть L — язык исчисления предикатов первого порядка произвольной сигнатуры, не содержащий функциональных констант[148]. Будем обозначать символом Lн язык, отличающийся от L лишь наличием формул вида нA, где «н» — новый одноместный логический оператор.

Структурой для языка Lн назовем пару Мн=(U,{Fi} i∈J), где J — множество индексов, такую, что:

а) $|J| > 1$;

б) Fi≠Fj, если i≠j;

в) каждое Mi=(U, Fi) является структурой[149] для языка L;

г) если *c* — индивидная константа, то Fi(*c*)=Fj(*c*) для всех i,j∈J.

Областью определения всех функций интерпретации Fi (i∈J) является множество дескриптивных символов языка Lн, а области значений различаются для каждой функции. Неформально говоря, структура для языка Lн — это не менее, чем двухэлементное множество стандартных структур для языка L, имеющих один и тот же универсум и отличающихся друг от друга интерпретацией хотя бы одного предикатного (но не индивидного) символа языка L.

Оценка f определяется обычным образом: это отображение множества индивидных переменных языка L в универсум U. Если A — формула языка L, то определение выполнимости A в структуре (U, Fi) при оценке f стандартное. Расширим его на случай формул вида нA: формула нA *выполнена* в структуре (U, Fi) при оценке f, если существуют j,k ∈ J такие, что A выполнена в (U, Fj) при f и A не выполнена в (U, Fk) при f.

Формула A в структуре $Mi = (U, Fi)$ *принимает значение* 1 (0), если A (не) выполнена в Mi при любых f.

Каждую структуру $Mi = (U, Fi)$ из структуры $Mн = (U, \{Fi\} i \in J)$ будем называть *возможным миром* из Mн, поскольку эти структуры попарно отличаются интерпретацией хотя бы одной предикатной (но не индивидной) константы.

Формула A в структуре $Mн=(U,\{Fi\} i \in J)$ *принимает значение* 1 (0), если A принимает значение 1 (0) в каждом из возможных миров; если же A принимает значение 1 в одних возможных мирах и значение 0 во всех остальных возможных мирах, то A *принимает значение* 1/0 в Mн. Значение 1 отождествляется с истинностью, значение 0 — с ложностью, а значение 1/0 — с неопределенностью.

Иначе говоря, в структуре $Mн = (U, \{Fi\} i \in J)$ формула A *истинна* (принимает значение 1), если для всех $i \in J$ A истинна (принимает значение 1) в (U,Fi); A *ложна* (принимает значение 0), если для всех $i \in J$ A ложна (принимает значение 0) в (U,Fi); наконец, A *неопределенна* (принимает значение 1/0), если существуют $j,k \in J$ такие, что A истинна (принимает значение 1) в (U, Fj) и A ложна (принимает значение 0) в (U, Fk), и при этом для каждого $i \in J$ либо A истинна (принимает значение 1) в (U,Fi), либо A ложна (принимает значение 0) в (U,Fi).

Пусть T — множество формул языка Lн и Mн — структура для Lн. Назовем Mн *моделью* T, если все формулы из T истинны в Mн. Если T одноэлементное множество, будем говорить о модели соответствующей формулы.

В классической логике введение новых предикатных констант в исходный язык L не расширяет существенным образом класс моделей для формулы A языка L: если $L \subset L'$ и $M' = (U, F')$ — структура для L', являющаяся моделью A, то пара $M = (U, F)$, полученная сужением функции F' на L, будет структурой для языка L в том же самом универсуме U, также являющейся моделью A. В построенной н-семантике ситуация иная. Пусть, например, язык Lн содержит единственную одноместную предикатную константу P, а L'н, наряду с P, одноместную предикатную константу Q (так что $Lн \subset L'н$). Положим $U=\{u\}$, $F'_0(P)=U$, $F'_1(P)=U$, $F'_0(Q)=U$, $F'_1(Q)=\varnothing$. Пара $M'н=(U,\{F'i\} i \in \{0,1\})$ будет структурой для L'н и моделью формулы P(x). Однако сужение Fi интерпретации $F'i$ на Lн ни к чему хорошему не приведет: пара $Mн=(U,\{Fi\} i \in \{0,1\})$ не только не будет моделью формулы P(x), но даже не будет структурой для языка Lн, поскольку в любой структуре Mн для Lн с одноэлементным универсумом U в силу пункта (б) определения структуры интерпретация единственного предикатного символа P должна быть разной в разных мирах. Но для этого есть лишь две возможности: либо P = U, либо P = ∅. В первом случае формула P(x) будет выполнена при любой оценке f, во втором — не выполнена при всех f. Поэтому формула P(x) примет значение 1/0 в любой структуре Мн для Lн с одноэлементным универсумом U.

Отмеченное обстоятельство заставляет принимать во внимание не только язык, на котором записана некоторая формула, но и расширения этого языка. Заметим также, что подобно тому, как формула со свободными переменными может не быть ни истинной, ни ложной в классической структуре M, такая формула может не быть ни истинной, ни ложной, ни неопределенной в структуре Мн. Однако для замкнутых формул[150] гарантировано определенное истинностное значение в любых структурах, содержащих интерпретацию соответствующих дескриптивных символов.

Предложение 1. Если A — замкнутая формула языка Lн, Lн ⊂ L'н и Мн — структура для L'н, то A принимает в Мн только одно из трех значений: либо значение 1, либо значение 0, либо значение 1/0.

Доказательство очевидным образом вытекает из определений. В самом деле, индуктивное определение выполнимости формулы A в структуре (U, Fi) при оценке f позволяет однозначным образом решить вопрос о выполнимости формул любого вида в каждом из возможных миров. Для предложения A в силу тех же причин, что и в случае классической логики, выполнимость в мире w либо будет иметь место для всех оценок (тогда A будет истинно в w), либо ни для одной из них (тогда A будет ложно в w). Остается посмотреть, будет ли предложение A истинно во всех возможных мирах, ложно в каждом из них, либо же окажется в одних мирах истинным, а в других — ложным.

Предложение 1 показывает, что мы не нуждаемся в понятии выполнимости в структуре Мн для определения истинностных значений замкнутых формул.

Будем называть логическую связку *табличной*, если она может быть представлена функцией из {0, 1/0, 1} в {0, 1/0, 1}.

Предложение 2. а) унарные связки ¬ и н табличны; б) бинарные связки не табличны.

а) Пусть A и B — формулы языка Lн, принимающие одно из трех истинностных значений в Мн, являющейся структурой для Lн. Покажем, что связки ¬ и н могут быть представлены следующими табличными функциями.

A	$\neg$A	нA
1	0	0
1/0	1/0	1
0	1	0

Действительно, если A приняла в Мн значение 1 (0), то A истинна (ложна) в каждом из возможных миров. Тогда ее отрицание $\neg$A будет ложно (истинно) в каждом из миров и $\neg$A получит значение 0 (1) в Мн. Если A имеет в Мн значение 1/0, то A истинна в одних возможных мирах и ложна во всех других. Следовательно, $\neg$A будет ложна в первых мирах и истинна во вторых, откуда в Мн $\neg$A примет значение 1/0.

Если A приняла в Мн значение 1 или 0, то A в каждом из возможных миров примет одно и то же истинностное значение: либо 1, либо 0. Стало быть, при всех оценках f не существуют $j,k \in J$ такие, что A выполнена в (U, Fj) при f и A не выполнена в (U, Fk) при f — и формула нA не будет выполнена ни в одном из возможных миров при всех f, то есть будет ложной в каждом из миров и тем самым окажется ложной в Мн. Если же A истинна в одних мирах и ложна во всех других, то формула нA будет выполнена в каждом из миров при всех оценках f, то есть окажется истинной в Мн.

б). Возьмем предложения P(a) и P(b), где a и b — индивидные константы. Рассмотрим структуру Мн = $(U, \{F_1, F_2\})$ и структуру М′н = $(U, \{F'_1, F'_2\})$, где $U = \{1, 2\}$, $F_1(P) = F'_1(P) = \{1\}$, $F_2(P) = F'_2(P) = \{2\}$, $F_1(a) = F_2(b) = 1$ (так как индивидные константы по определению интерпретируются одинаково во всех возможных мирах, из последнего равенства сразу следует, что $F_1(b) = F_2(a) = 1$), $F'_1(a) = 1$, $F'_2(b) = 2$ (вновь отсюда получаем $F'_1(b) = 2$, $F'_2(a) = 1$).

Вычислим истинностное значение предложений P(a) и P(b) в Мн. В мире (U, F_1) формула P(a) истинна, поскольку $F_1(a) \in F_1(P)$, но в мире (U, F_2) P(a) ложна, так как $F_2(a) \notin F_2(P)$. Следовательно, P(a) принимает значение 1/0 в Мн. Аналогичным путем убеждаемся, что P(b) принимает значение 1/0 в Мн: $F_1(b) \in F_1(P)$, $F_2(b) \notin F_2(P)$.

Дизъюнкция $P(a) \vee P(b)$ истинна в (U, F_1), поскольку P(a) истинна. Но в (U, F_2) формула $P(a) \vee P(b)$ ложна ввиду ложности и P(a), и P(b). Отсюда получаем, что истинностное значение формулы $P(a) \vee P(b)$ в структуре Мн равно 1/0.

Истинностное значение предложений P(a) и P(b) в М′н вновь оказывается равным 1/0, так как $F'_1(a) \in F'_1(P)$, $F'_2(a) \notin F'_2(P)$ и $F'_1(b) \notin F'_1(P)$, $F'_2(b) \in F'_2(P)$. Проверим истинностное значение дизъюнкции $P(a) \vee P(b)$ в структуре M'н. $P(a) \vee P(b)$ истинна в мире (U, F'_1), так как $P(a)$ истинна в (U, F'_1). Далее, $P(a) \vee P(b)$ истинна в мире (U, F'_2), так как $P(b)$ истинна в нем. Следовательно, дизъюнкция $P(a) \vee P(b)$ принимает в M'н значение 1.

Таким образом, зная о том, что значение A равно 1/0 и значение B равно 1/0, невозможно в общем случае ответить на вопрос об истинностном значении дизъюнкции $A \vee B$, так что оператор дизъюнкции $\vee$ не является табличным. Аналогичным образом, подбирая простые структуры, можно показать, что остальные бинарные булевы связки также не являются табличными. В этом одно из отличий предлагаемой семантики от обычных семантических конструкций для модальных логик, в которых все булевы связки табличны.

Пусть # — произвольная (возможно, пустая) комбинация знаков $\neg$, н и кванторов.

Предложение 3. Для каждой оценки f формула вида #нB языка Lн либо выполнена во всех мирах при f, либо не выполнена во всех мирах при f в любой структуре Mн для языка L'н такого, что Lн $\subset$ L'н.

Из определений вытекает, что если формула нB выполнена в структуре (U, Fi) при оценке f, то для любого $j \in J$ формула нB будет выполнена в структуре (U, Fj) при f. И наоборот, если нB не выполнена в структуре (U, Fi) при оценке f, то для любого $j \in J$ формула нB не будет выполнена в структуре (U, Fj) при f. Отсюда если формула нB (не) выполнена хотя бы в одной структуре при всех оценках f, то она (не) будет выполнена во всех структурах при всех f. Таким образом, формула вида нB либо выполнена во всех мирах при оценке f, либо не выполнена во всех мирах при f, какова бы ни была оценка f. Покажем, что навешивание на нB отрицаний, знаков неопределенности и кванторов сохраняет свойство формулы выполняться или не выполняться во *всех* мирах. Рассмотрим формулу #нB в предположении, что формула _#нB, где через _# обозначена последовательность, получающаяся из комбинации # стиранием ее левого знака (если таковой имеется), обладает требуемым свойством.

Навешивание отрицания на _#нB изменит «знак» выполнимости _#нB на противоположный, но также во всех мирах. Предположим, введение квантора всеобщности привело к тому, что формула $\forall x$_#нB выполнена в мире v при f и не выполнена в мире w при f. Это означает, что формула _#нB выполнена в v при любой оценке, отличающейся от f самое большее значением на x, и не выполнена в w при некоторой оценке g, также отличающейся от f самое большее значением на x. Тогда _#нB выполнена в v при g и не выполнена в w при g, в противоречии с допущением индукции. Рассмотрим формулу ∃x_#нB. Допустим, что она выполнена в мире v при f и не выполнена в мире w при f. Следовательно, существует оценка g, отличающаяся от f самое большее значением на x, такая, что _#нB выполнена в v при g, и не существует оценки, отличающейся от f самое большее значением на x, которая выполняла бы _#нB в w, что вновь противоречит индуктивному допущению. Отсюда вытекает, что формула вида Kx_#нB (где K есть либо ∀, либо ∃) сохраняет свойство выполняться или не выполняться во всех мирах. Остался случай формулы вида н_#нB, но он сводится к базисному: пусть C есть _#нB, и тогда н_#нB есть просто нC.

Таким образом, при любой оценке f формула вида #нB либо выполняется во *всех* мирах, либо не выполняется во *всех* мирах.

Следствие. Если все предикатные символы формулы B находятся в области действия оператора н, то любая формула вида н#B является ложной в каждой структуре Mн для языка L′н такого, что Lн ⊂ L′н.

Рассмотрим формулу #B, все предикатные символы которой находятся в области действия по крайней мере одного оператора н. Значит, #B можно представить в виде булевой комбинации подформул типа #$_1$нC$_1$, #$_2$нC$_2$,..., #$_n$нC$_n$, каждая из которых, по только что доказанному, либо выполняется во всех мирах, либо не выполняется во всех мирах. Отсюда и #B либо выполняется во всех мирах, либо не выполняется во всех мирах при любой оценке f. Поэтому формула н#B окажется ложной во всякой структуре Mн.

В частности, любая формула языка Lн вида н#нB является ложной в каждой структуре Mн для языка L′н такого, что Lн ⊂ L′н. Иными словами, комбинация двух и более операторов «н», с возможно находящимися между ними знаками отрицания или кванторами, ведет себя как оператор ложности.

Назовем формулу A языка Lн Lн-*общезначимой*, если A принимает значение 1 во всех структурах Mн языка Lн. Назовем формулу A языка Lн н-*общезначимой*, если каков бы ни был язык L′н такой, что Lн ⊂ L′н, A принимает значение 1 во всех структурах Mн языка L′н.

В классической логике, если формула A языка L принимает значение 1 во всех структурах этого языка, то A принимает значение 1 и во всех структурах любого языка L′ такого, что L ⊂ L′.

Поэтому разницы между L-общезначимостью и общезначимостью в классической логике нет. В рассматриваемой н-семантике положение сложнее. Разумеется, каждая н-общезначимая формула является и Lн-общезначимой, однако не наоборот.

Предложение 4. Существуют Lн-общезначимые, но не н-общезначимые формулы.

Пусть, например, Lн содержит одноместный предикатный символ P и не имеет других предикатных констант. Тогда в любой структуре Mн языка Lн формула $\exists x$н$P(x)$ будет принимать значение 1, то есть будет Lн-общезначимой, так как в силу пунктов (а) и (б) определения структуры для языка Lн хотя бы один предикатный символ должен быть проинтерпретирован по-разному в каждой структуре этого языка. Но в данном случае предикат P единственный, поэтому он получит различные интерпретации в любом из возможных миров в каждой структуре Mн рассматриваемого языка Lн. Следовательно, найдется индивид u из универсума структуры такой, что u обладает свойством P в некотором мире и не обладает этим свойством в каком-либо другом мире. В соответствии с определениями это означает, что формула $\exists x$н$P(x)$ будет истина во всех структурах Mн языка Lн, то есть будет Lн-общезначимой. Но она не является н-общезначимой. Например, в структуре Mн=(U, $\{F_1, F_2\}$) для языка L′н = {P, Q} такой, что $F_1(Q) \neq F_2(Q)$, но $F_1(P) = F_2(P)$, предложение $\exists x$н$P(x)$ оказывается ложным.

Аналогичным образом для любого языка Lн, содержащего лишь *конечное* число предикатных символов $\{P_1, P_2,..., P_m\}$ формула $\exists x_1\exists x_2... \exists x_{n1}$н$P_1(x_1, x_2,..., x_{n1}) \vee \exists x_1\exists x_2... \exists x_{n2}$н$P_2(x_1, x_2,..., x_{n2}) \vee... \vee \exists x_1\exists x_2... \exists x_{nm}$н$P_m(x_1, x_2,..., x_{nm})$ (где значение ni соответствует количеству мест у предиката P_i) будет Lн-общезначимой. Содержательный смысл этой формулы заключается в указании на то, что по крайней мере какой-либо один предикат должен быть проинтерпретирован неоднозначно (или, как мы предпочитаем говорить, неопределенным образом) в каждой структуре Mн языка Lн. И вновь формула $\exists x_1\exists x_2... \exists x_{n1}$н$P_1(x_1, x_2,..., x_{n1}) \vee \exists x_1\exists x_2... \exists x_{n2}$н$P_2(x_1, x_2,..., x_{n2}) \vee... \vee \exists x_1\exists x_2... \exists x_{nm}$н$P_m(x_1, x_2,..., x_{nm})$ не обязана быть истинной в структуре Mн для языка L’ = $\{P_1, P_2,..., P_{m+1}\}$. Зато L’н-общезначимой будет формула $\exists x_1\exists x_2... \exists x_{n1}$н$P_1(x_1, x_2,..., x_{n1}) \vee \exists x_1\exists x_2... \exists x_{n2}$н$P_2(x_1, x_2,..., x_{n2}) \vee... \vee \exists x_1\exists x_2... \exists x_{nm}$н$P_m(x_1, x_2,..., x_{nm}) \vee \exists x_1\exists x_2... \exists x_{nm}\exists x_{nm+1}$н$P_{m+1}(x_1, x_2,..., x_{nm}, x_{nm+1})$, которая снова не является н-общезначимой.

Между тем н-общезначимые формулы в рассматриваемой семантике существуют, как это вытекает из следующего утверждения.

Предложение 5. Множество Lн-общезначимых формул является консервативным расширением множества общезначимых формул языка L.

Общезначимая формула языка L — это общезначимая формула классической логики предикатов. Связки «н» она не содержит. В любой структуре M = (U, F) для языка L′, если L ⊂ L′, такая формула истинна. Стало быть, общезначимая формула языка L будет истинна в каждой структуре Mi=(U, Fi) для языка L′ из структуры Mн=(U,{Fi} i∈J) для языка L′н (см. пункт (в) определения структуры), причем Lн ⊂ L′н. Таким образом, всякая общезначимая формула языка L является н-общезначимой формулой языка Lн и тем более Lн-общезначимой (поскольку, как было отмечено выше, класс н-общезначимых формул языка Lн содержится в классе Lн-общезначимых формул). Следовательно, мы имеем дело с расширением класса общезначимых формул языка L.

Покажем теперь, что это расширение консервативно. Допустим, напротив, что формула A языка L Lн-общезначима, но не общезначима в смысле классической логики предикатов (это допущение уместно, поскольку A не содержит вхождений связки «н»). Тогда существует структура M=(U, F) и оценка f такие, что A не выполнена в M при f. Пусть, далее, P — какой-либо предикатный символ, содержащийся в A. Построим структуру Mн=(U, {F, F′}) для языка Lн такую, что F совпадает с F′ во всем, за исключением интерпретации предиката P: F(P) ≠ F′(P). В этой структуре формула A либо не выполнена в M=(U, F) при оценке f и выполнена в M′=(U, F′) при f, либо не выполнена как в M=(U, F) при f, так и в M′=(U, F′) при f. В любом случае формула A не примет значения 1 в структуре Mн для языка Lн, что противоречит допущению о ее Lн-общезначимости.

Следствие. Множество н-общезначимых формул языка Lн является консервативным расширением множества общезначимых формул языка L.

Так как множество н-общезначимых формул является подмножеством множества Lн-общезначимых формул, сформулированное утверждение немедленно следует из предложения 5.

Только что доказанное предложение и его следствие позволяют оставить привычное обозначение ⊨A для н-общезначимых формул, а через Lн⊨A будем обозначать Lн-общезначимость формулы A.

По определению Lн-*теория* — это произвольное подмножество множества предложений языка Lн. Чтобы указать, что теория T является Lн-теорией в тех случаях, когда точная фиксация ее языка не существенна или очевидна, будем использовать запись «Tн» или выражение «н-теория».

Lн-теории оказываются существенно неконструктивными (или *антиконструктивными*) в следующем смысле.

Предложение 6. Существует Lн-теория T такая, что а) $(Pc \vee \neg Pc) \in T$, б) $\exists x Px \in T$, в) T имеет модель; но Lн-теории $T \cup \{Pa\}$, $T \cup \{\neg Pa\}$ не имеют моделей, какова бы ни была индивидная константа $a \in$ Lн.

Пусть Lн$=\{P, c\}$, где P — одноместный предикатный символ, а c — индивидная константа, и Mн$=(\{a,b\}, \{Fi\}\ i \in \{0,1\})$, $F_0(c)=F_1(c)=a$, $F_0(P)=\{a\}$, $F_1(P)=\{b\}$. Ясно, что Mн — модель Lн-теории $T=\{(Pc \vee \neg Pc), \exists x Px, \forall x$н$Px\}$. Но ни $T \cup \{Pc\}$, ни $T \cup \{\neg Pc\}$ моделей не имеют, как бы мы ни определяли значение $Fi(c)$ в произвольной структуре Mн для языка Lн.

Действительно, истинность предложения $\forall x$нPx в модели Mн$=(U,\{Fi\}\ i \in J)$ теории T влечет, что $\forall x$нPx выполнена в $Mi=(U, Fi)$ для каждого $i \in J$ при всех оценках f. Но выполненность $\forall x$нPx в $Mi=(U, Fi)$ при всех f означает, что н$P(x)$ выполнено в $Mi=(U, Fi)$ при всех f. Следовательно, при любой оценке f найдутся $j,k \in J$ такие, что формула $P(x)$ выполнена в (U, Fj) при f и $P(x)$ не выполнена в (U, Fk) при f. Отсюда получаем, что какова бы ни была интерпретация индивидной константы c, найдутся индексы j,k, для которых предложение $P(c)$ будет выполнено в (U, Fj) и не выполнено в (U, Fk), то есть $P(c)$ будет истинно в (U, Fj) и ложно в (U, Fk). Значит, в любой модели теории T истинным будет предложение н$P(c)$, а предложение $P(c)$ получит неопределенную оценку 1/0. Так как для всякого A оценка 1/0 влечет принятие значения 1/0 и для $\neg A$, ясно, что предложение $\neg P(c)$ также не может быть истинным ни в какой модели теории T, что и требовалось доказать.

Предложение 7. Существует Lн-теория T, не имеющая модели, тогда как каждое ее собственное подмножество имеет модель.

Пусть алфавит языка Lн не содержит других предикатных символов, кроме $P_1, P_2, \ldots, P_n$, и пусть $T=\{\forall x P_1 x, \forall x P_2 x, \ldots, \forall x P_n x\}$. Тогда T — искомая теория. В самом деле, каждое предложение $\forall x P_i x$ будет истинным в возможном мире $j \in J$ в том и только в том случае, если интерпретация $F_j(P_i)$ совпадает с универсумом модели U. Но пункт (б) определения структуры требует, чтобы для любых двух различных возможных миров v и w произвольной структуры Мн языка Lн нашелся по крайней мере один предикатный символ, интерпретация которого в мире v отличалась бы от его интерпретации в мире w. Следовательно, для некоторого i будет либо $F_v(P_i) = U$ и $F_w(P_i) \neq U$, либо $F_v(P_i) \neq U$ и $F_w(P_i) = U$, либо (что возможно при $|U| > 1$) $F_v(P_i) \neq U$ и $F_w(P_i) \neq U$. В первом случае предложение $\forall xP_ix$ будет ложным в мире w, во втором в мире v, а в третьем — и в v, и в w. Значит, в любом случае $\forall xP_ix$ не будет истинным в рассматриваемой структуре Мн. Теперь удалим какое-нибудь конкретное предложение $\forall xP_kx$ из теории T. Полученная теория T′ уже имеет модель. Возьмем непустое множество U и положим $M'н = (U,\{F_0,F_1\})$, причем для всех i $F_0(P_i) = U$, но $F_1(P_i) = U$ только в том случае, если $i \neq k$. А $F_1(P_k)$ пусть равно $\varnothing$. Очевидно, что построенная структура M′н языка Lн является моделью теории T′: все предложения $\forall xP_ix$, кроме $\forall xP_kx$, будут истинны в M′н, а это в точности все предложения из T′.

Таким образом, теорема компактности не верна для рассматриваемой семантики. В доказательстве данного факта использовалось свойство формул вида $\forall xPx$ иметь не более одной модели (в смысле классической теории моделей) в каждом универсуме. Уточним сказанное. Назовем формулу A языка L классического исчисления предикатов *абсолютно категоричной*, если а) теория {A} имеет модель; б) для любых двух структур $M_1=(U,F)$ и $M_2=(U,G)$ языка L таких, что $F\neq G$, либо A ложно и в M_1, и в M_2, либо A истинно в точности в одной из этих структур.

Пусть язык L классического исчисления предикатов первого порядка содержит двухместный предикатный символ R и не содержит других предикатных и функциональных символов и индивидных констант. Тогда верен следующий факт.

Предложение 8. Множество абсолютно категоричных замкнутых формул языка L неразрешимо[151] .

Возьмем произвольное множество формул Γ языка Lн и формулу A этого же языка. Если для любой структуры Мн языка Lн и любой оценки f выполнимость всех формул из Γ в каждом возможном мире из Мн при f влечет, что A также выполнена в каждом возможном мире из Мн при f, то A будем называть *следствием* Γ (или говорить, что из Γ *следует* A) и использовать привычную запись $\Gamma \models A$. Применительно к теориям это означает, что формула A следует из Lн-теории T языка Lн, если A принимает значение 1 во всех моделях теории T.

Вновь в соответствии с обычной практикой будем рассматривать записи вида $T \vdash A$ как указание на то, что существует (в некотором исчислении) *конечная* последовательность формул, называемая *выводом* формулы A в теории T. В классической логике предикатов первого порядка имеет место следующая теорема: если $T \models A$, то $T \vdash A$. Имея в виду финитное отношение выводимости, будем говорить, что отношение выводимости $\vdash$ *формализует* отношение логического следования $\models$, если верна упомянутая теорема.

Предложение 9. Определенное в н-семантике отношение логического следования $\models$ не формализуемо.

Докажем это утверждение. Рассмотрим язык L_0, содержащий только следующие одноместные предикатные символы: P_0, P_1,..., P_n,... И язык L_1, который содержит только двухместный предикатный символ R. Пусть оба языка не содержат других символов, кроме указанных, а также классических логических связок, кванторов, индивидных переменных и технических символов. Положим $L\text{н} = L_0 \cup L_1 \cup \{\text{н}\}$. Построим в языке Lн теорию T следующего вида:

$$\forall x P_0 x \leftrightarrow A_0,$$
$$\forall x P_1 x \leftrightarrow A_1,$$
$$\forall x P_2 x \leftrightarrow A_2,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$
$$\forall x P_n x \leftrightarrow A_n,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$

где все формулы A_i сформулированы в языке L_1. Отметим, что хотя в действительности теория T содержит только формулы классического исчисления предикатов первого порядка, мы считаем ее Lн-теорией и будем пытаться строить для T соответствующие неклассические модели. Для Lн-теории T возможны три исхода: а) T не имеет модели; б) T имеет модель и для всех i,j за *единственным* исключением k выполняется $A_i \leftrightarrow A_j$; в) остальные случаи, которые не представляют для нас интереса.

Покажем, что исходы (а) и (б) возможны. Для первой ситуации просто: если каждая формула A_i логически общезначима, то мы имеем дело с уже рассматривавшимся случаем (см. утверждение о некомпактности).

Пусть теперь все формулы A_i общезначимы за исключением одной формулы A_k, которая ложна в бесконечном универсуме при некоторой интерпретации F. Возьмем бесконечный универсум U. Так как модель для T должна быть Мн-структурой, осуществим «раздвоение» интерпретации F на F_1 и F_2 следующим образом.

Пусть $F(R)=F_1(R)=F_2(R)$. Истинность эквивалентностей $\forall x P_i x \leftrightarrow A_i$ при $i \neq k$ обеспечить несложно: достаточно проинтерпретировать предикатный символ P на всем универсуме U, приняв равенство $F_1(P_i)=F_2(P_i)=U$. Рассмотрим теперь эквивалентность $\forall x P_k x \leftrightarrow A_k$. Положим $F_1(P_k)=\varnothing$ и $F_2(P_k)=V \neq U$, $V \subset U$, $V \neq \varnothing$. Структура Мн=(U, $\{F_1, F_2\}$) будет моделью теории T.

В самом деле, $\forall x P_i x$ истинно как в (U, F_1), так и в (U, F_2) для $i \neq k$. Точно так же A_i истинно и в (U, F_1), и в (U, F_2), поскольку A_i логически общезначима. Следовательно, для $i \neq k$ истинна эквивалентность $\forall x P_i x \leftrightarrow A_i$.

Рассмотрим теперь оставшуюся эквивалентность $\forall x P_k x \leftrightarrow A_k$. По построению формула A_k ложна как в (U, F_1), так и в (U, F_2). Точно так же $\forall x P_k x$ ложна и в (U, F_1), и в (U, F_2), откуда истинна эквивалентность $\forall x P_k x \leftrightarrow A_k$.

Таким образом, Мн является моделью теории T. В этой модели истинна формула $\exists$хн$P_k x$, поскольку в (U, F_1) формула $\exists x P_k x$ ложна, тогда как в (U, F_2) она истинна. Более того, $\exists$хн$P_k x$ истинна во *всякой* модели (U, {Fi} $i \in J$) Lн-теории T, поскольку только лишь для предикатного символа P_k возможна различная интерпретация в (U, Fi) и (U, Fj) при некоторых $i,j \in J$ (какова бы ни была мощность множества индексов J), необходимая для построения модели. Но различная интерпретация приводит к неопределенности по крайней мере для одного индивида $\alpha \in U$: найдутся $i,j \in J$ такие, что либо $\alpha \in Fi(P_k)$ и $\alpha \notin Fj(P_k)$, либо, наоборот, $\alpha \notin Fi(P_k)$ и $\alpha \in Fj(P_k)$, что влечет истинность формулы $\exists$хн$P_k x$.

Получаем, таким образом, $T \models \exists$хн$P_k x$. При этом существенно, что все формулы A_i, кроме A_k, общезначимы. Ведь если заменить какую-нибудь формулу $\forall x P_j x \leftrightarrow A_j$ при $j \neq k$ на формулу $\forall x P_j x \leftrightarrow A_k$, из получившейся теории T′ предложение $\exists$хн$P_k x$ уже не следует, как не следует и предложение $\exists$хн$P_j x$. Действительно, построенную выше модель для T легко превратить в следующие две модели для T′. Первая модель M_1 получается из Мн заменой равенств $F_2(P_k)=V$ и $F_1(P_j)=F_2(P_j)=U$ на равенства $F_2(P_k)=\varnothing$ и $F_1(P_j)=\varnothing$, $F_2(P_j)=V$, где $V \neq U$, $V \subset U$, $V \neq \varnothing$. При этом сохраняется равенство $F_1(P_k)=\varnothing$, так что формула $\exists$хн$P_k x$ окажется ложной в M_1, но формула $\exists$хн$P_j x$ будет истинной. Вторая модель M_2 получается из Мн заменой равенств $F_1(P_j)=F_2(P_j)=U$ на равенства $F_1(P_j)= F_2(P_j)=\varnothing$. Теперь $\exists$хн$P_j x$ ложна, а $\exists$хн$P_k x$ истинна. Итак, если в моделях для T лишь один предикат P_k должен был интерпретироваться неопределенным способом, то в моделях для T′ такую интерпретацию получают либо P_k, либо P_j, либо оба они вместе, откуда имеем следование $T' \models (\exists x н P_k x \vee \exists x н P_j x)$.

Итак, чтобы убедиться в наличии следования $T \models \exists x н P_k x$, необходимо установить, что имеется в точности одна необщезначимая формула A_k. Однако построить за конечное число шагов вывод о том, что все формулы A_i, за исключением одной, являются общезначимыми, невозможно. Поэтому невозможно формализовать отношение логического следования: $T \models \exists x н P_k x$ не влечет $T \vdash \exists x н P_k x$, каково бы ни было финитное отношение $\vdash$.

Аналогичным образом в случае (а) невозможно за конечное число шагов установить, что все формулы A_i логически общезначимы и, следовательно, что Lн-теория T не имеет моделей.

Оба последних факта отличаются от положения дел в классической логике предикатов первого порядка. Там $T \models A$ влечет $T \vdash A$, т.е. логическое следование преобразуется в конечный вывод, и отсутствие модели у теории T доказуемо за конечное число шагов (отсутствие модели в классике равнозначно противоречивости, а противоречие выводится за конечное число шагов, коль скоро оно имеется).

Итак, отношение логического следования в построенной н-семантике неформализуемо и эта семантика неполна относительно отношения выводимости.

Пусть ¤ обозначает произвольную бинарную булеву связку. Тогда верно следующее утверждение.

Предложение 10. $\models$(н(A ¤ B) $\rightarrow$ (нA $\vee$ нB)).

Предположим, н-общезначимости нет, то есть в некоторой структуре Мн формула н(A ¤ B) выполнена при оценке f, а формула (нA $\vee$ нB) не выполнена в Мн при f. Отсюда ни нA, ни нB не выполнены в Мн при f. Значит, A либо выполнено во всех возможных мирах из Мн при f, либо не выполнено в каждом из миров при f, и B также либо выполнено во всех возможных мирах из Мн при f, либо не выполнено в каждом из миров при f. Тогда булева комбинация (A ¤ B) либо будет выполнена во всех мирах при f, либо не будет выполнена во всех мирах при f. В любом случае формула н(A ¤ B) окажется не выполненной в Мн при f в противоречии с предположением.

§2. Аксиоматизация семантики неопределенности

Назовем формулу A языка Lн 2-*общезначимой*, если A истинна во всех структурах Мн=(U,{Fi} i$\in$J) языка Lн таких, что |J| = 2 или, иными словами, во всех структурах языка Lн, содержащих ровно два возможных мира. Назовем такие структуры 2-*структурами*. Обозначим 2-общезначимость А через $2\models A$. Очевидно, что всякая н-общезначимая формула является 2-общезначимой, то есть $\models A$ влечет $2\models A$. Может показаться неожиданным тот факт, что верно и обратное: 2-общезначимость влечет н-общезначимость.

Предложение 11. Формула А н-общезначима тогда и только тогда, когда А 2-общезначима.

Допустим, что $2\models A$, но неверно $\models A$. Следовательно, существует структура Мн=(U,{Fi} $i\in J$), содержащая более двух возможных миров ($|J| > 2$), в которой А проваливается при некоторой оценке f, то есть А не будет выполнена по крайней мере в одном из миров $\alpha=F_k$ ($k\in J$) при f. Возьмем мир α и любой другой возможный мир $\beta=F_j$ ($j\in J$) из Мн, отличный от α ($k\neq j$). Построим структуру М′н = (α, β) = (U,{Fi} $i\in\{k,j\}$). Полученная структура М′н содержит ровно два возможных мира. Так как в α А не выполнена при f, то независимо от выполнимости А в β при f А не примет в М′н значение 1, в противоречии с допущением о ее 2-общезначимости.

С философской точки зрения развиваемая здесь логическая теория исходит из тезиса, что для возникновения неопределенности минимальным условием является наличие хотя бы двух альтернатив. Только что доказанный факт устанавливает, что это условие также и достаточно в отношении описывающих неопределенность логических законов. Добавление новых альтернатив к уже имеющимся не приводит к новым закономерностям. Законы неопределенности остаются инвариантными при любом наборе возможностей, лишь бы их было не менее двух. Если же альтернатив нет и мы имеем лишь одну возможность, то законом станет, например, предложение $\neg$нP(c), не являющееся общезначимым в построенной семантике неопределенности. В этом случае оператор н будет просто оператором ложности. Таким образом, законы 1-общезначимости уже не будут инвариантными для n-общезначимости при $n>1$, хотя это имело место для 2-общезначимости. Точнее говоря, при условии $n\geq 2$ законы остаются одними и теми же независимо от значения n, так что доказанное предложение можно обобщить до утверждения $\models A \Leftrightarrow n\models A$ ($n\geq 2$).

Аналогичным образом доказывается следующее утверждение.

Предложение 12. Не существует формулы А в языке Lн такой, что $\models$нА.

Допустим, что $\models$нA. Тогда в любой структуре для Lн формула A будет принимать значение 1/0. Возьмем структуру Mн, содержащую три мира. Имеются ровно две возможности для A: либо A истинна в одном мире и ложна в двух других, либо истинна в двух мирах и ложна в оставшемся. В первом случае выбросим мир, в котором A истинна. Получим 2-структуру, в которой A ложна в противоречии с допущением. Во втором случае удалим мир, в котором A ложна. В образовавшейся 2-структуре A окажется истинной, опять вопреки допущению.

Выше мы видели, что отношение логического следования в н-семантике нельзя формализовать. Однако отсюда нельзя извлечь никаких выводов в отношении вопроса о возможности формализации свойства н-общезначимости. Можно ли синтаксическими средствами распознавать н-общезначимость? Используя полученные результаты, мы покажем, что проблема установления н-общезначимости формулы A языка Lн сводится к проблеме поиска доказательства некоторой формулы A* в языке классической логики предикатов первого порядка L° и, таким образом, поддается формализации.

Язык L° получается из языка Lн следующим образом. Во-первых, уберем из языка связку неопределенности н. Во-вторых, каждому предикатному символу P языка Lн сопоставим предикатный символ P° той же местности. Таким образом, L° содержит все предикатные символы языка Lн, плюс эти же символы, помеченные знаком °.

Введем операцию *, переводящую формулы языка Lн $\cup$ L° в формулы языка L°. Операция *, примененная к формуле A языка Lн $\cup$ L°, ничего не меняет, если A не содержит символа н. Итак, если в A отсутствует связка н, то A* = A. Далее для любых формул B и C (возможно, содержащих связку н) положим (KxB)* = Kx(B*), (¬B)* = ¬(B*), (B ¤ C)* = (B* ¤ C*) и (нB)* = (н(B*))*.

Лишь в том случае, если A содержит н, происходят изменения, устраняющие вхождения связки н. Но прежде, чем их описать, введем следующее определение.

Назовем предикатные символы *отмеченными*, если они находятся в формуле, являющейся результатом операции *, примененной к формуле вида нA. Иными словами, в (нA)* все предикатные символы из A считаются отмеченными. Чтобы удобнее было фиксировать отмеченные предикаты, будем иногда использовать подчеркивание, как показано ниже (на практике подчеркивания облегчают преобразования формул в случае вложенных друг в друга вхождений связки н).

Допустим, получена формула A*, то есть A* является формулой языка классической логики предикатов L° и потому не содержит связки н. Предположим, что некоторые (а может быть, и все) вхождения предикатных символов в A* не являются отмеченными. Тогда (н(A*))* преобразуется в (A* & ¬A**) ∨ (¬A* & A**), где A** получается из A* заменой каждого *неотмеченного* предикатного символа языка Lн соответствующим символом со знаком ° языка L°. При этом все предикатные символы становятся отмеченными: (нA)* = (н(A*))* = (A* & ¬A**) ∨ (¬A* & A**).

Предположим теперь, что в формуле A* все вхождения предикатных символов являются отмеченными. Это означает, что в A* каждый предикатный символ находился в области действия связки н и все вхождения этой связки уже устранены посредством операции *. Тогда (н(A*))* преобразуется в A* & ¬A* и все предикатные символы в формуле A* & ¬A* считаются отмеченными: (нA)* = (н(A*))* = A* & ¬A*.

Заметим, что формула вида н(A*) может не быть формулой языка Lн (если A* содержит предикатные символы со знаком °) и заведомо не является формулой языка L° (так как содержит связку н). Тем не менее это правильно построенная формула языка Lн ∪ L°.

Менее формально определим A* как конечный результат последовательной замены каждой входящей в A подформулы вида нB, такой, что B не содержит н, подформулой (нB)*. Иначе говоря, в ходе преобразования * нужно выполнить следующую последовательность шагов. Вначале все подформулы вида нB, в которых B не содержит связки н, заменяются на (нB)*. Если в результате вновь возникли подформулы вида нB, в которых B не содержит связки н, вновь заменяем их на (нB)*. Действуем так до тех пор, пока вхождения связки н не будут полностью элиминированы. Получившаяся формула и будет A*.

Например, пусть дана формула ∀xнP(x). Выполним операцию *: (∀xнP(x))* = ∀x((P(x) & ¬ P°(x)) ∨ (¬P(x) & P°(x))). Еще один пример. Вычислим (нннP(x))*. На первом шаге получаем формулу нн(P(x) & ¬ P°(x)) ∨ (¬P(x) & P°(x)). Подформулу (P(x) & ¬ P°(x)) ∨ (¬P(x) & P° (x)), в которой все предикатные символы отмечены и которая поэтому далее не меняется, обозначим через **P**. На втором шаге имеем н(**P** & ¬**P**). Так как все предикатные символы по-прежнему отмечены, на последнем, третьем, шаге получаем: (нннP(x))* =

$(\underline{\mathbf{P}} \,\&\, \neg\underline{\mathbf{P}}) \,\&\, \neg(\underline{\mathbf{P}} \,\&\, \neg\underline{\mathbf{P}})$. Рассмотрим последний пример. Формула $\neg\text{нн}(P(t) \to \text{н}\neg Q(t))$ будет преобразована следующим образом: $(\neg\text{нн}(P(t) \to \text{н}\neg Q(t)))^*$ трансформируется в $\neg\text{нн}\{P(t) \to [(\neg\underline{Q(t) \,\&\, \neg\neg Q^\circ(t)) \vee (\neg\neg Q(t) \,\&\, \neg Q^\circ(t))}]\}$. Формула $[(\neg\underline{Q(t) \,\&\, \neg\neg Q^\circ(t)) \vee (\neg\neg Q(t) \,\&\, \neg Q^\circ(t))}]$, в которой все предикатные символы отмечены, вновь дальнейшим преобразованиям не подлежит. Поэтому обозначим ее через $\underline{\mathbf{Q}}$. Получаем $\neg\text{нн}(P(t) \to \underline{\mathbf{Q}})$. Далее устраняем подформулу $\text{н}(P(t) \to \underline{\mathbf{Q}})$: $\neg\text{н}\{[\underline{(P(t) \to \mathbf{Q}) \,\&\, \neg(P^\circ(t) \to \mathbf{Q})] \vee [\neg(P(t) \to \mathbf{Q}) \,\&\, (P^\circ(t) \to \mathbf{Q})}]\}$. Так как не отмеченных предикатных символов не осталось, последняя связка н устраняется введением противоречия: $(\neg\text{нн}(P(t) \to \text{н}\neg Q(t)))^* = \neg\{\{[\underline{(P(t) \to \mathbf{Q}) \,\&\, \neg(P^\circ(t) \to \mathbf{Q})] \vee [\neg(P(t) \to \mathbf{Q}) \,\&\, (P^\circ(t) \to \mathbf{Q})}]\} \,\&\, \neg\{[\underline{(P(t) \to \mathbf{Q}) \,\&\, \neg(P^\circ(t) \to \mathbf{Q})] \vee [\neg(P(t) \to \mathbf{Q}) \,\&\, (P^\circ(t) \to \mathbf{Q})}]\}\}$. Получившаяся формула записана на языке L°, что и требовалось.

В общем случае множество индексов J в структурах для языков Lн было неупорядоченным. Для дальнейшего нам понадобятся 2-структуры, в которых индексы были бы представлены упорядоченной парой вида $\langle a,b \rangle$. Это не приводит к потере общности. Напротив, вместо одной неупорядоченной 2-структуры мы будем иметь две: упорядоченную 2-структуру $M\text{н} = (U, \langle F_a,F_b \rangle)$ языка Lн и, положив $G_a=F_b$ и $G_b=F_a$, упорядоченную 2-структуру $M'\text{н} = (U, \langle G_a,G_b \rangle)$.

Пусть дана упорядоченная 2-структура $M\text{н} = (U, \langle F_a,F_b \rangle)$ языка Lн. Назовем структуру $M^\circ = (U,F)$ языка классической логики предикатов L° структурой, *ассоциированной* с Mн, если для каждого предикатного символа P из Lн $F(P) = F_a(P)$ и $F(P^\circ) = F_b(P)$.

Значение введенных определений и преобразований становится ясным из следующих утверждений.

Предложение 13. Формула A языка Lн выполнена при оценке f в первом из возможных миров (U, F_a) упорядоченной 2-структуры $M\text{н} = (U, \langle F_a,F_b \rangle)$ для Lн, тогда и только тогда, когда формула A^* выполнена при f в ассоциированной с Mн структуре $M^\circ = (U,F)$ языка L°.

Докажем это утверждение двойной индукцией по числу вхождений n связки н в формулу A языка Lн и по длине m формулы A.

Пусть n=0 и m какое угодно. Любая формула A языка Lн, не содержащая связки н, является одновременно формулой языка L° и при этом $A^* = A$. Отсюда и из равенства $F(P) = F_a(P)$, верного для всех предикатных символов из Lн, получаем, что A выполнена в (U, F_a) при f тогда и только тогда, когда A^* выполнена при f в ассоциированной с Mн структуре $M^\circ = (U,F)$.

Пусть n=1, m любое и A есть нB. Тогда B уже не содержит вхождений н, и A* = (нB)* есть формула (B & ¬B*) ∨ (¬B & B*)[152]. В данном случае B* получается заменой *всех* предикатных символов из B на соответствующие символы со знаком °. Так как A имеет вид нB, A либо выполнена в обоих мирах, либо не выполнена ни в одном из них. Предположим, A выполнена при f. Значит, либо B выполнена в (U, F_a) при f и не выполнена в (U, F_b) при f, либо наоборот, B не выполнена в (U, F_a) при f и выполнена в (U, F_b) при f. В первом случае ввиду равенства F_a(P) = F(P) B будет выполнена в M° при f, а равенство F_b(P) = F(P°) обеспечит отсутствие выполнимости формулы B* в M° при f. Значит, ¬B* будет выполнено в M° при f. Отсюда (B & ¬B*) выполнено и вся дизъюнкция выполнена в M° при f. Аналогичным образом, используя эти же равенства, получаем, что во втором случае B не будет выполнена в M° при f, а B* будет выполнена в M° при f. Тогда выполнимость дизъюнкции обеспечит второй ее член (¬B & B*).

Предположим теперь, что A не выполнена при f. Следовательно, либо B при f выполнено в каждом из миров, либо не выполнено в каждом из миров. Рассуждая, как и в предыдущей ситуации, в обоих случаях проваливаем дизъюнкцию (B & ¬B*) ∨ (¬B & B*). В первом случае равенство F_b(P) = F(P°) (верное для всех предикатных символов P из Lн) гарантирует выполнимость формулы B*, но тогда ¬B* и конъюнкция (B & ¬B*) не будут выполнены. В свою очередь, равенство F_a(P) = F(P) (для всех P) обеспечит выполнимость формулы B, но ¬B, а вместе с ней и конъюнкция (¬B & B*) не будут выполнены. Второй случай разбирается аналогично. Итак, если A не выполнена при f в любом из миров структуры Mн, то A* не выполнена в структуре M° при f.

Допустим, что для всех i < n и всех j < m наше утверждение доказано. Пусть каждая из формул B и C содержит менее n вхождений связки н и имеет длину менее m. Ясно, что если формула A имеет вид KxB, ¬B или (B ¤ C), то утверждение вновь выполняется. Действительно, (KxB)* = Kx(B*), (¬B)* = ¬(B*) и (B ¤ C)* = (B* ¤ C*). Но, по допущению, B* и C* выполняются в зависимости от выполняемости B и C.

Осталось рассмотреть случай, когда A есть нB. Для B существуют две возможности. Во-первых, B* может содержать только отмеченные предикатные символы. Это означает, что в формуле B каждый предикатный символ находится в области действия одной или нескольких связок н. В силу следствия из предложения 3 формула нB будет ложной в каждой структуре Мн. Но A* = (нB)* = (нB*)* = <u>B* & ¬B*</u>, и противоречивая формула B* & ¬B* также будет ложной во всякой структуре M°.

Во-вторых, B* может содержать неотмеченные предикатные символы. Тогда A* = (нB)* = (н(B*))* = (<u>B* & ¬B**) ∨ (¬B* & B**</u>). Выберем все подформулы вида #нD формулы B такие, что #нD не находится в области действия связки н. В формуле B может не быть таких подформул (тогда возвращаемся к уже рассмотренному случаю n=0). Если же такие подформулы «верхнего уровня» есть, сопоставим каждой подформуле #нD ее образ (#нD)*, являющийся подформулой формулы B*. По предположению индукции если #нD (не) выполнена в первом мире при f, то ее образ (#нD)* также (не) выполнен в M° при f. Значит, если выполнимость формулы A в первом мире при f не влечет выполнимости A* в M° при f, то это может быть обусловлено только интерпретацией неотмеченных предикатных символов. Однако, как мы уже видели в случае n=1, их интерпретации в структурах Мн и M° согласованы между собой: дизъюнкт (B* & ¬B**) описывает средствами структуры M° ситуацию, в которой формула B выполнена в первом мире и не выполнена во втором. Соответственно дизъюнкт (¬B* & B**) указывает на невыполненность B в первом мире и выполненность во втором. Следовательно, если формула нB выполнена в каком-то мире из Мн при f, то один из дизъюнктов будет выполнен в M° при f. Если же нB не выполнена в некотором мире из Мн при f, то оба члена дизъюнкции (B* & ¬B**) ∨ (¬B* & B**) не будут выполнены в M° при f: если B в обоих мирах выполнена, ¬B** провалит первый дизъюнкт, а ¬B* второй; если же B в обоих мирах не выполнена, то невыполнимость дизъюнкции обеспечат формулы B* и B**.

Следствие. Формула A н-общезначима, тогда и только тогда, когда формула A* доказуема в классическом исчислении предикатов первого порядка.

Пусть A языка Lн н-общезначима. Тогда она 2-общезначима, и каковы бы ни были упорядоченная 2-структура Мн для Lн и оценка f, A будет выполнена в первом мире Мн при f. В соответствии с предложением 13 формула A* будет выполнена в ассоциированной с Мн структуре M° при f. Осталось убедиться в том, что не была потеряна ни одна структура для языка L°. Пусть дана произвольная структура M° = (U, F) для L°. Положив для каждого предиката P из L° F(P) = F_a(P) и F(P°) = F_b(P), получим упорядоченную 2-структуру Мн = (U, < F_a, F_b>) для языка Lн, в которой A выполняется в первом мире для любой оценки f, причем M° будет структурой, ассоциированной с Mн. Значит, A* также выполняется в M° при f. Получается, что A* выполняется в любой структуре при всех оценках f, что обусловливает общезначимость формулы A*. По теореме полноты классической логики предикатов это означает, что A* доказуема.

Пусть теперь формула A языка Lн не является н-общезначимой. По предложению 11 A не является 2-общезначимой, то есть A не будет выполнена в некоторой 2-структуре M′н = (U, {F, G) при какой-то оценке f. Тогда A не выполнена при f по крайней мере в одной из интерпретаций F или G. Если это F, положим $F = F_a$, $G = F_b$. Если же это G, но не F, полагаем $G = F_a$, $F = F_b$. В любом случае имеем упорядоченную 2-структуру Mн = (U, < F_a, F_b>), в которой A не выполнено при f в первом из миров. В соответствии с предложением 13 формула A* не будет выполнена в ассоциированной с Mн структуре M° при f. Значит, A* не будет общезначимой и, следовательно, A* не доказуемо в исчислении предикатов.

Таким образом, множество н-общезначимых формул оказывается рекурсивно перечислимым.

Основываясь на этом результате, дадим явную формулировку аксиоматического исчисления неопределенности, сводящих семантическую проблему общезначимости к синтаксическому вопросу построения соответствующих формальных доказательств.

Обозначим через АИН° систему в языке Lн ∪ L°, содержащую следующие схемы аксиом и правила вывода.

Тавтологии классической логики;

$\forall x A(x) \to A(t)$, $A(t) \to \exists x A(x)$;

$$\frac{A \to B,\ A}{B} \qquad \frac{A \to B(x)}{A \to \forall x B(x)} \qquad \frac{B(x) \to A}{\exists x B(x) \to A}$$

(в двух последних правилах индивидная переменная x не свободна в A);

Правило (*):

$$\frac{A^*}{A}$$

(где A — формула языка Lн).

Ограничение на правило вывода (*) объясняется тем, что операция * применяется лишь к формулам языка Lн.

Коротко говоря, АИН° получается из классического гильбертовского аксиоматического исчисления предикатов первого порядка добавлением четвертого правила вывода (*), позволяющего при условии построения доказательства формулы A* считать доказанной также саму формулу A при условии, что A сформулирована в языке Lн. При этом понятия доказательства остается стандартным. Обозначения $\vdash_{АИН°}$ A и $\vdash_{КИП°}$ A указывают на доказуемость формулы A в АИН° и в КИП° (классическом исчислении предикатов первого порядка в языке L°) соответственно. Назовем использование правила вывода (*) в доказательстве (выводе) формулы A *существенным*, если A не доказуемо (выводимо) без применения (*).

Замечание 1. Отметим, что в АИН° будут доказуемы и формулы, не являющиеся формулами языка Lн. Например, $\vdash_{АИН°}$ $\forall x(P°(x) \to P°(x))$, $\vdash_{АИН°}$ $\exists x(нP°(x) \vee \neg нP°(x))$, $\vdash_{АИН°}$ $\forall x((P°(x) \to P°(x)) \to (нP(x) \to нP(x)))$ и т.д. Однако для нас с содержательной стороны интересны лишь формулы языка Lн, тогда как формулы, построенные с использованием символов из L° — Lн, имеют сугубо техническое значение, призванное обеспечить построение доказательств формул языка Lн.

С учетом сделанного замечания сформулируем несколько результатов, касающихся свойств построенного исчисления.

Нам понадобятся следствия предложений 5 и 13, которые мы сведем вместе под пунктами (a) и (b) соответственно:

(a). Множество н-общезначимых формул является консервативным расширением множества общезначимых формул;

(b). Формула A языка Lн н-общезначима тогда и только тогда, когда формула A* доказуема в классическом исчислении предикатов первого порядка.

Предложение 14. Если $\vdash_{АИН°}$ A, то A н-общезначима.

Проверка н-общезначимости тавтологий, аксиом $\forall xA(x) \to A(t)$ и $A(t) \to \exists xA(x)$ и того, что стандартные правила вывода сохраняют н-общезначимость, осуществляется так же, как в классическом случае проверка общезначимости, и потому тривиальна.

Осталось рассмотреть 4-ое правило (*). Осуществим индукцию по длине доказательства и по числу применений в нем правила (*). В качестве базиса индукции возьмем такие доказательства, в которых правило (*) существенно использовалось только на последнем шаге. Это означает, что доказательство посылки A* правила (*) проводились в классическом исчислении предикатов первого порядка, обеспечивающем переходы от общезначимых формул к общезначимым. Тем самым $\vdash_{КИП}{}^{\circ}$ A* и формула A* общезначима. Но всякая общезначимая формула по пункту (a) будет н-общезначимой. Поэтому в базисном случае осуществлялись переходы от н-общезначимых формул к н-общезначимым формулам. На последнем шаге имеем $\vdash_{АИН}{}^{\circ}$ A. По пункту (b) формула A также будет н-общезначимой.

Допустим теперь, что доказательство длины m содержит n применений правила (*). По индукционному предположению все входящие в доказательство формулы н-общезначимы. Если шаг m+1 состоит в применении аксиомы или правила вывода классического исчисления предикатов, то формула номер m+1 также будет н-общезначимой. Если же шаг m+1 состоит в n+1 применении правила (*), то на шаге m мы доказали в АИН° формулу A*, которая по индукционному предположению н-общезначима. Поскольку A* формула первопорядкового языка классической логики предикатов L°, в силу пункта (a) A* является общезначимой формулой. Отсюда A* доказуема в классическом исчислении предикатов первого порядка (т.е. $\vdash_{КИП}{}^{\circ}$ A*). По пункту (b) формула A будет н-общезначимой, что и требовалось.

Следствие 1. Исчисление АИН° непротиворечиво.

Последнее утверждение можно усилить:

Следствие 2. Множество теорем исчисления АИН° является консервативным расширением множества теорем классического первопорядкового исчисления КИП°.

В противном случае нашлась бы теорема $\vdash_{АИН}{}^{\circ}$ A, сформулированная в первопорядковом языке L°, для которой неверно, что $\vdash_{КИП}{}^{\circ}$ A. Но тогда формула A не является общезначимой и, следовательно, не является н-общезначимой, что противоречит предложению 14.

Предложение 15. Если формула A языка Lн н-общезначима, то $\vdash_{АИН}{}^{\circ}$A.

Если н-общезначимая формула A является формулой первопорядкового языка L, то A общезначима (пункт (a)). Следовательно, $\vdash_{АИН}{}^{\circ}$ A, поскольку АИН° содержит КИП°, а КИП° содержит КИП (классическое исчисление предикатов в языке L).

Если н-общезначимая формула A языка Lн содержит вхождения оператора «н», то A* будет доказуемо в КИП° (пункт (b)). Следовательно, $\vdash_{АИН}{}^{\circ}$ A, поскольку АИН° содержит КИП°.

Предложения 14 и 15 устанавливают непротиворечивость и полноту исчисления АИН° относительно языка Lн и семантики неопределенности.

Замечание 2. Предположим, что $\vdash_{АИН^\circ}$ A, причем при доказательстве A существенно использовалось правило (*). Тогда формула A будет н-общезначимой в силу предложения 14. Однако в АИН° невозможно (из-за ограничения на применение правила (*)) доказать н-общезначимую формулу A°, полученную из A заменой каждого атомарного предикатного символа P языка L на атомарный предикатный символ P° языка L°. Поэтому, хотя всякая теорема исчисления АИН° н-общезначима, обратное не верно, если н-общезначимость рассматривать на всем множестве формул данного исчисления, которое строится в языке Lн ∪ L°. Но, как уже указывалось в замечании 1, мы интересуемся только фрагментом Lн.

Предложение 16. Если A — формула языка Lн, то $\vdash_{АИН^\circ}$ (¬ннA).

Покажем, что $\vdash_{АИН^\circ}$ (¬ннA). В предположении, что в A* не все предикатные символы отмечены, имеем (¬ннA)* = ¬(ннA)* = ¬[н(<u>(A* & ¬A**) ∨ (¬A* & A**)</u>)]*. Так как в полученной формуле все предикатные символы отмечены, обозначим подчеркнутую часть через <u>**A**</u>. Тогда ¬[н <u>**A**</u>]* = ¬[<u>**A**</u> & ¬<u>**A**</u>]. Но формула вида ¬[A & ¬A] доказуема. Если же в A* все предикатные символы отмечены, имеем (¬ннA)* = ¬(ннA)* = ¬[н(A* & ¬A*)] = ¬[(A* & ¬A*) & ¬(A* & ¬A*)], что вновь доказуемо.

Предложение 17. Если A и B — формулы языка Lн, то $\vdash_{АИН^\circ}$ (н(A ¤ B) → (нA ∨ нB)).

Если в A* и в B* все предикатные символы отмечены, то (н(A* ¤ B*))* преобразуется в противоречивую формулу (A* ¤ B*) & ¬(A* ¤ B*), а из противоречия вытекает все, что угодно. Предположим, что в A* содержатся неотмеченные предикатные символы, а в B* все они отмечены. Тогда (н(A ¤ B) → (нA ∨ нB))* = (н(A ¤ B))* → (нA ∨ нB)* = [[(A* ¤ B*) & ¬(A** ¤ B*)] ∨ [¬(A* ¤ B*) & (A** ¤ B*)]] → [[(A* & ¬A**) ∨ (¬A* & A**)] ∨ (B* &¬B*)]. Отбрасывая противоречивый дизъюнктивный член, получаем [[(A* ¤ B*) & ¬(A** ¤ B*)] ∨ [¬(A* ¤ B*) & (A** ¤ B*)]] → [(A* & ¬A**) ∨ (¬A* & A**)]. Эта формула является тавтологией независимо от того, какой конкретно бинарной булевой связкой является ¤. Предположим теперь, что в A* все предикатные символы отмечены, а в B* не все. Тогда (снова отбрасывая противоречивый дизъюнкт в консеквенте) (н(A ¤ B) → (нA ∨ нB))* = [[(A* ¤ B*) & ¬(A* ¤ B**)] ∨ [¬(A* ¤ B*) & (A* ¤ B**)]] → [(B* & ¬B**) ∨ (¬B* & B**)], и опять получаем тавтологию независимо от ¤. Наконец, если и в

A^*, и в B^* есть неотмеченные предикатные символы, имеем $(н(A \between B) \to (нA \vee нB))^* = [[(A^* \between B^*) \,\&\, \neg(A^*\backslash^* \between B^*\backslash^*)] \vee [\neg(A^* \between B^*) \,\&\, (A^*\backslash^* \between B^*\backslash^*)]] \to [[(A^* \,\&\, \neg A^*\backslash^*) \vee (\neg A^* \,\&\, A^*\backslash^*)] \vee [(B^* \,\&\, \neg B^*\backslash^*) \vee (\neg B^* \,\&\, B^*\backslash^*)]]$. Последняя импликация вновь является тавтологией.

Предложение 18. $\vdash_{АИН^\circ} (н\exists xP(x) \to \exists xнP(x))$.

Рассмотрим $н\exists xP(x) \to \exists xнP(x)$. Имеем $(н\exists xP(x) \to \exists xнP(x))^* = (н\exists xP(x))^* \to \exists x(нP(x))^* = [(\exists xP(x) \,\&\, \neg\exists xP^\circ(x)) \vee (\neg\exists xP(x) \,\&\, \exists xP^\circ(x))] \to \exists x[(P(x) \,\&\, \neg P^\circ(x)) \vee (\neg P(x) \,\&\, P^\circ(x)]$. Последняя формула доказуема в логике предикатов, откуда $\vdash_{АИН^\circ} н\exists xP(x) \to \exists xнP(x)$.

Предложение 19. Формулы $\exists xнP(x) \to н\exists xP(x)$, $\forall xнP(x) \to н\forall xP(x)$, $н\forall xP(x) \to \forall xнP(x)$ не являются доказуемыми в АИН°.

Рассмотрим формулу $\exists xнP(x) \to н\exists xP(x)$ и н-структуру, в которой имеется два возможных мира, на которых интерпретируется предикатный символ P. Пусть в первом мире $F_1(P) = S$ и $S \neq \varnothing$, а во втором мире $F_2(P) = S'$, причем $S \subset S'$ и $S \neq S'$. Тогда теоретико-множественная разность $S' — S$ непуста. Элемент из $S' — S$ это тот самый x, который не обладает свойством P в первом мире, но обладает этим свойством во втором, обеспечивая истинность антецедента $\exists xнP(x)$. Однако консеквент $н\exists xP(x)$ в данной н-структуре ложен, поскольку утверждение $\exists xP(x)$ истинно в каждом из миров. Таким образом, $\exists xнP(x) \to н\exists xP(x)$ не является н-общезначимой. По предложению 15, формула $\exists xнP(x) \to н\exists xP(x)$ не является теоремой АИН°.

Преобразуем формулу $\forall xнP(x) \to н\forall xP(x)$. Получим $(\forall xнP(x) \to н\forall xP(x))^* = \forall x(нP(x))^* \to (н\forall xP(x))^* = \forall x[(P(x) \,\&\, \neg P^\circ(x)) \vee (\neg P(x) \,\&\, P^\circ(x))] \to [(\forall xP(x) \,\&\, \neg\forall xP^\circ (x)) \vee (\neg\forall xP(x) \,\&\, \forall xP^\circ(x))]$. Последняя импликация не доказуема в исчислении предикатов, так что $\forall xнP(x) \to н\forall xP(x)$ не будет н-общезначимой. По предложению 15, $\forall xнP(x) \to н\forall xP(x)$ не теорема АИН°.

Наконец, рассмотрим формулу $н\forall xP(x) \to \forall xнP(x)$. Снова возьмем н-структуру с двумя мирами. Положим теперь $S = U$, $S' \subset S$ и $S \neq S'$. Утверждение о том, что все объекты обладают свойством P становится неопределенным: оно истинно в первом мире и ложно во втором. Таким образом, антецедент $н\forall xP(x)$ принимает значение «истинно». Но консеквент $\forall xнP(x)$ оказывается ложным в этой н-структуре, поскольку элементы из $S \cap S'$ обладают свойством P в каждом из миров и потому определенно обладают свойством P. Значит, не всем x неопределенно присуще P, вопреки консеквенту. Поэтому формула н$\forall$хР(х) $\to$ $\forall$хнР(х) также не будет н-общезначимой и, следовательно, н$\forall$хР(х) $\to$ $\forall$хнР(х) не доказуема в АИН° согласно предложению 15.

Предложение 20. Не существует формулы А такой, что $\vdash_{АИН°}$ нА.

Согласно предложению 12, не существует формулы А в языке Lн такой, что нА н-общезначима. Следовательно, по предложению 15, ни одна формула вида нА не является доказуемой в АИН°.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Темпоральный универсум становится объектом изучения, заменив в этом отношении традиционный статический универсум парменидовской науки. Такие характеристики времени, как прошлое, настоящее и будущее, отныне восстановлены в праве считаться фундаментальными атрибутами погруженного во временной поток бытия. В статическом универсуме нет объективно выделенного настоящего, и, тем самым, нет прошлого и будущего. Это означает, что статический универсум лишен истории. Мы же утверждаем, что историческое измерение столь же существенно для познания, как и исследование инвариантных черт мирового порядка. Отрыв первого от второго или второго от первого в равной степени губителен, поскольку ведет к не просто к одностороннему, а к искаженному представлению о природе вещей.

Но разве возможны были бы успехи в практическом освоении окружающего мира и самих себя, если бы они основывались на по сути ложных идеях и представлениях? Разумеется, нет. Реальная практическая деятельность всегда вольно или невольно опирается не только на знание закона, но и на знание исторического факта. Ни одно техническое устройство не может быть создано без исторической памяти. Существование серпов и молотов, автомобилей и самолетов, компьютеров и биотехнологий не выводимо в качестве следствий физических законов. Бытие цивилизации — факт истории, а не физики. Это было почти очевидно применительно к человеческому обществу, однако до сих пор отвергается в отношении природы. Скажите, что вы — историк, и вас поймут в том смысле, что вы описываете деяния людей. Идея о том, что природа тоже имеет историю, пробивает себе дорогу с трудом. Дело тут не в нежелании понять и не в приверженности привычным познавательным стереотипам. Проблема в отсутствии понятийного аппарата, способного непротиворечиво совместить теоретическое и историческое знание. Ясно, что в реальности физический закон и исторический факт совмещены. Но каким образом, какими средствами можно непротиворечиво соединить то, что многим представляется находящимся в непримиримом противоречии? Блестящие достижения теоретического познания оставляли историю как дисциплину в стороне, выставляя ее в качестве недоразвитой науки. Попытка придать истории подлинно научный статус (в марксизме, например) обернулась неудачей, поскольку и в истории хотели видеть законы и еще раз законы, сводя историческое к сполна оправдавшему себя теоретическому.

Однако исторические описания и теоретические умозаключения существуют на разных основаниях. В истории невозможно уйти от темпорального среза бытия, тогда как теория неизбежно отвлекается от становления во времени. Осознание этого разрыва является исходным проблемным пунктом данной книги. Выход был найден в построении *логической метатеории*, в которой историческое и теоретическое предстали в виде объектов исследования. Подобный прием не нов; одним из первых его использовал А.Тарский, предложивший метатеорию истины, избавлявшую от парадокса Эвбулида. В нашем случае на пути стояли парадоксы движения, известные с античности как апории Зенона Элейского. Движение нами рассматривалось как процесс, протекающий во времени, и потому недетерминированный. Понятие недетерминированного процесса было уточнено в нестандартной теории вычислимости. Точнее, была построена *метатеория* вычислимости, поскольку операторы языка программирования АВТ могли по предъявленной *теории* в языке исчисления предикатов недетерминированным образом искать модель (реализацию) этой теории, благодаря чему в процессе получения последовательности сменяющих друг друга моделей возникала *история*, реализованная на базе исходной теории. Тем самым теории и истории оказывались «внутри» теории вычислимости, что и позволяет приписать последней статус метатеории.

Наличие различных отношений ко времени позволило заключить, что неверно как то, что универсум целиком захвачен становлением, так и то, что он неподвижен и неизменен. В реальности универсум представлен, с одной стороны, как история с ее неопределенностью и непредсказуемостью, с другой — как совокупность инвариантных черт, фиксируемых теорией. Принятие во внимание, наряду с темпоральностью, атрибута пространственности, позволило выделить три типа существования, отнесенные к двум различным мирам. Темпоральное и идеальное существование обуславливает своеобразную неустранимую двойственность знания, остававшуюся либо незамеченной, либо затушеванной попытками объединить то, что в действительности соединить невозможно.

Какие методы использовались в исследовании темпорального универсума в онтологическом и эпистемическом аспектах? Еще несколько десятилетий назад В.А.Смирнов осуществил глубокий анализ двух способов построения теории: генетического и аксиоматического[153]. Метатеория нестандартной вычислимости была построена генетическим методом. Утверждения об объектах этой метатеории и их свойствах основывались на мысленных экспериментах, которые, однако, приводили к выводам, выходящим за пределы классической логики. Аналогичным образом, историческое познание также требует применения неклассических способов рассуждений. Особенности рассуждений о темпоральном универсуме обусловлены необходимостью учета возникающего в нем фактора неопределенности. В этой связи была предложена неклассическая логика неопределенности, при построении которой был применен аксиоматический метод. Таким образом, метатеория темпорального универсума в ее формальной части была построена с использованием как генетического, так и аксиоматического методов.

Особо хотелось бы подчеркнуть, что без формального аппарата все разговоры о темпоральном универсуме остаются лишь выражениями интуитивных представлений, смысл которых в силу присущей естественному языку неточности и неоднозначности остается неясным. Но если неясно, что именно сказано, значит, это необоснованно, а если это необоснованно — значит, не понятно. К сожалению, не всякий формальный аппарат адекватен той проблеме, которую с его помощью пытаются решать. Удалось ли достичь адекватности хотя бы в первом приближении в нашем случае — решать не нам.

Примечания

[1] За аргументацией отсылаю к обстоятельной книге: *Джеймс У.* Многообразие религиозного опыта. М.: Наука, 1993. 432 с.

[2] Подробнее см.: *Анисов А.М.* Понимание математических доказательств и ЭВМ // Вопр. философии. 1987. № 3. С. 29-40.

[3] *Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М.* Фейнмановские лекции по физике. Т. 1-2. М., 1976. С. 56.

[4] Даже иррационалист, поскольку он философ, пользуется разумом для ниспровержения разума.

[5] *Smith Q.* The Mind-Independent of Temporal Becoming // Philosophical Studies. Dordrecht, 1985. vol. 47, № 1., p. 109.

[6] Подробнее см.: *Анисов А.М.* Концепция научной философии В.А.Смирнова // Философия науки. Вып.2: Гносеологические и логико-методологические проблемы. М., 1996.

[7] *Лукасевич Я.* О детерминизме // Логические исследования. Вып. 2. М., 1993.

[8] *Анисов А.М.* Проблема познания прошлого // Философия науки. Вып. 1: Проблемы рациональности. М., 1995.

[9] Мы имеем в виду *абсолютную непротиворечивость* теории, состоящую в том, что множество утверждений теории не совпадает с множеством правильно построенных утверждений языка, на котором сформулирована теория. В классической логике требование абсолютной непротиворечивости эквивалентно запрету на появление в теории некоторого утверждения вместе с его отрицанием. Подробнее см.: *Черч А.* Введение в математическую логику. М., 1960.

[10] *Парменид.* О природе // Фрагменты ранних греческих философов. М., 1989. С. 296. Фр. 8.

[11] Там же. С. 327.

[12] *Рассел Б.* Мистицизм и логика // *Рассел Б.* Почему я не христианин. М., 1987. С. 51-52.

[13] *Грюнбаум А.* Философские проблемы пространства и времени. М., 1969. С. 402-403.

[14] См., напр., работу: *Nowakowska M.* Perception of Time — A New Theory // Kodikas /Code, Tubingen, 1982. vol. 4/5, № 3/4. P. 207-219. В статье с использованием аппарата нечетких множеств строится статическая модель времени (р. 211-212); в результате описание восприятия течения времени в таком языке становится невозможным.

[15] *Тернер Ф., Пёппель Э.* Поэзия, мозг и время // Красота и мозг. Биологические аспекты эстетики. М., 1995. С. 82.

[16] Там же. С. 84-85.

[17] Исповедь Блаженного Августина. М., 1914. С. 323-324.

[18] *Рассел Б.* Цит. соч. С. 52-53.

[19] *Грюнбаум А.* Философские проблемы пространства и времени. М., 1969. С. 382-422.

[20] Там же. С. 403.

[21] *Комарова В.Я.* Учение Зенона Элейского. Л., 1988.

[22] См., напр.: *Войшвилло Е.К.* Еще раз о парадоксе движения, о диалектических и формально-логических противоречиях // Филос. науки. 1964. № 4.

23 Напр., так поступает В.Я.Комарова. Цит. соч. С. 11.

24 *Гильберт Д., Бернайс П.* Основания математики. Логические исчисления и формализация арифметики. М., 1979. С. 40.

25 Цит. по: *Даан-Дальмедико А., Пейффер Ж.* Пути и лабиринты. Очерки по истории математики. М., 1986. С. 237.

26 *Сидоренко Е.А.* Логические выводы, доказательства и теория дедукции // Логика научного познания. М., 1987. С. 92. Недавно автор вновь подтвердил свою позицию. См.: *Сидоренко Е.А.* О парадоксах и о том, как Ахиллу догнать черепаху // Филос. исслед. № 3. М., 1999.

27 Как остроумно заметила по этому поводу Л.П.Евтушенко, пусть каждый гонится за своей черепахой. Ведь если можно вводить Черепаху-1 и Черепаху-2, то почему нельзя ввести Ахилла-1 и Ахилла-2?

28 Подробнее о порядковых типах см.: *Куратовский К., Мостовский А.* Теория множеств. М., 1970.

29 *Уитроу Дж.* Естественная философия времени. М., 1964. С. 177.

30 *Шенфилд Дж.Р.* Аксиомы теории множеств // Справочная книга по математической логике. Теория множеств. М., 1982. С. 11.

31 Там же. С. 12.

32 *Даан-Дальмедико А., Пейффер Ж.* Цит. соч. С. 238.

33 Цит. по: *Уитроу Дж.* Там же. С. 179.

34 *Грюнбаум А.* Цит. соч. С. 405.

35 Вот пример того, как неаккуратное использование слов способствует возникновению обоснованных подозрений в непонимании элементарных вещей. Утверждать, что «механика постигает лишь одновременность» — значит входить в вопиющее противоречие с действительным положением дел в этой науке. Еще раз повторим: критика статических, парменидовских представлений о времени и движении современной науки не должна приписывать ей нелепое утверждение об одновременности разновременны ́х событий.

36 *Бергсон А.* Опыт о непосредственных данных сознания // *Бергсон А.* Соч. Т. 1. М., 1992. С. 101.

37 Там же. С. 98.

38 Там же. С. 99.

39 Третий крупный представитель элейской школы — Мелисс — считал бытие бесконечным.

40 Это высказывание приводит Уитроу в цит. кн. на стр. 183.

41 Ч.Дарвин не был профессором.

42 *Вопенка П.* Математика в альтернативной теории множеств. М., 1983. С. 35-36.

43 Там же. С. 16.

44 В альтернативной теории множеств используется классическая логика, в которой из противоречия выводится любое, самое нелепое, высказывание.

45 Там же. С. 40-41.

46 *Голдблатт Р.* Топосы. Категорный анализ логики. М., 1983. С. 32.

47 Там же. С. 32.

48 Там же. С. 78.

49 *Бом Д.* Специальная теория относительности. М., 1967. С. 208-217.

50 *Пригожин И.* От существующего к возникающему. М., 1985.

51 *Бунге М.* Причинность. Место принципа причинности в современной науке. М., 1962. С. 98.

[52] *Драгалин А.Г.* Математический интуиционизм. Введение в теорию доказательств. М., 1979. С. 18.
[53] *Смирнов В.А.* Логические методы анализа научного знания. М., 1987. С. 131.
[54] Там же. См. также: *Анисов А.М.* О бессубъектности научного знания // Онтологическая проблема и современное методологическое сознание. М., 1990.
[55] Там же. С. 132.
[56] Подразумевается, что $a \in [a, b)$, но $b \notin [a, b)$.
[57] Ясно, что $d_n = |n|$ при $n < 0$ и $d_n = n+1$ при $n \geq 0$.
[58] *Яновская С.А.* Преодолены ли в современной науке трудности, известные под названием «апории Зенона»? // Проблемы логики. М., 1963. С. 136.
[59] *Вяльцев А.Н.* Дискретное пространство — время. М., 1965. С. 16.
[60] Там же. С. 46-47.
[61] *Аристотель*. Физика. М., 1937. 232b.
[62] См., напр.: *Александров П.С.* Введение в теорию множеств и общую топологию. М., 1977.
[63] Всюду в этих примерах подразумевается, что рассматриваемые множества наделены соответствующими стандартными отношениями линейного порядка.
[64] Подробности можно найти в учебниках по математическому анализу.
[65] Вновь за более подробной информацией мы отсылаем читателя к курсам математического анализа.
[66] Мы не всегда буквально следуем тексту самого Аристотеля в целях большей ясности изложения.
[67] *Аристотель*. Там же. 232a.
[68] Там же. 232b.
[69] Подробности см.: *Анисов А.М.* Время и компьютер. Негеометрический образ времени. М., 1991.
[70] *Кейслер Г., Чэн Ч.Ч.* Теория моделей. М., 1977.
[71] См. 2 параграф 2 главы.
[72] Подробнее об этом см.: *Рассел Б.* Введение в математическую философию. М., 1996.
[73] Там же.
[74] В дальнейшем мы не собираемся возвращаться к проблеме обоснования нестандартных натуральных чисел, поскольку с их помощью хотели всего лишь продемонстрировать те трудности, которые возникают в трансфинитных дискретных процессах. С совершенно иных позиций существование таких чисел доказывается в так называемом нестандартном анализе. См., напр.: *Девис М.* Прикладной нестандартный анализ. М., 1980.
[75] Машины Тьюринга-Поста описываются во многих книгах (например, см.: *А.И.Мальцев*. Алгоритмы и рекурсивные функции. М., 1986.). Более близка к реальным ЭВМ так называемая МНР-машина (машина с неограниченными регистрами), обладающая теми же вычислительными возможностями, что и машины Тьюринга-Поста (см.: *Н.Катленд* Вычислимость. Введение в теорию рекурсивных функций. М., 1983.).
[76] Проблема вечного возвращения особенно остро стоит в случае компьютерного моделирования становления или течения времени — см.: *Анисов А.М.* Время и компьютер. Негеометрический образ времени. М., 1991; *Анисов А.М.* Моделирование становления на ЭВМ // Логические исследования. Вып. 2. М., 1993.

[77] Подробности см.: *Анисов А.М.* Время и компьютер.
[78] См.: *Кекрис А., Московакис Я.* Рекурсия в высших типах // Справочная книга по математической логике. Ч. III. Теория рекурсии. М., 1982; *Роджерс Х.* Теория рекурсивных функций и эффективная вычислимость. М., 1972; *Шор Р.* Теория a-рекурсии // Справочная книга по математической логике. Ч. III. Теория рекурсии. М., 1982.
[79] *Кекрис А., Московакис Я.* Рекурсия в высших типах. С. 166-167.
[80] *Роджерс Х.* Теория рекурсивных функций и эффективная вычислимость. С. 520.
[81] Понятие безостановочной программы определяется в: *Анисов А.М.* Моделирование становления на ЭВМ // Логические исследования. Вып. 2. М., 1993. С. 186.
[82] Описание времени с этой точки зрения см. в кн.: *Анисов А.М.* Время и компьютер.
[83] *Карнап Р.* Философские основания физики. М., 1971. С. 54.
[84] Подробнее об этом говорится в гл. 7 «Двойственность знания».
[85] *Поппер К.* Логика и рост научного знания. М., 1983. С. 452.
[86] Там же. С. 460-461.
[87] См., напр., *Черчленд П.М., Черчленд Л.С.* Может ли машина мыслить? // В мире науки. 1990. № 3.
[88] *Поппер К.* Цит. соч. С. 450.
[89] Там же. С. 450-451.
[90] *Винер Н.* Я — математик. М., 1967. С. 347.
[91] См., напр.:*Френкель А.А., Бар-Хиллел И.* Основания теории множеств. М., 1966.
[92] *Лейбниц Г.* Соч.: В 4 т. Т. I. М., 1982. С. 415.
[93] *Хилл Т.И.* Современные теории познания. М., 1965.
[94] *Я.Хинтикка.* Время, истина и познание у Аристотеля и других греческих философов //*Я.Хинтикка.* Логико-эпистемологические исследования. М., 1980.
[95] Там же.
[96] Там же. С. 394.
[97] *Гранатовский Э.А.* Послесловие // *Бойс М.* Зороастрийцы. Верования и обычаи. М., 1988. С. 289.
[98] *McTaggart J.E.* The Nature of Existence. V. II. Cambridge, 1927. P. 9-13.
[99] Подробнее см.: *Анисов А.М.* Время и компьютер, а так же след. главу.
[100] *Аристотель.* Соч.: в 4 т. М., 1976-1984. Т. 2. С. 99-102.
[101] См., напр.: *Карпенко А.С.* Фатализм и случайность будущего: Логический анализ. М., 1990. Здесь же можно найти библиографию по рассматриваемому вопросу.
[102] *Анисов А.М.* Время и компьютер. С. 36-37.
[103] *Аристотель.* 18a28-33.
[104] Там же. 19b2-4.
[105] Там же. 19a30-33.
[106] Там же. 19a38.
[107] Любопытно, что в современную эпоху счет олимпийских игр продолжается по четырехлетиям, а не по реально происходившим играм. Так, из-за войн не состоялись VI (1916), XII (1940) и XIII (1944) олимпиады, однако игры 1920 и 1948 получили номера VII и XIV соответственно.
[108] Там же. 19a28.
[109] См. след. главу.
[110] Шкловский И.С. Вселенная, жизнь, разум. М., 1987. С. 99.

[111] Слово «когда» может употребляться и в безвременном смысле в контексте вопроса «когда, при каких условиях?».

[112] См. след. обобщающие работы: *Меркулов И.П.* Когнитивная эволюция. М., 1999; *Wuketits F.M.* Evolutionary Epistemology and Its Implications for Humankind. N.Y., 1990.

[113] *Поппер К.* Логика и рост научного знания. М., 1983. С. 439-495.

[114] Как это делается, напр., в кн.: *Беркович С.Я.* Клеточные автоматы как модель реальности: Поиски новых представлений физических и информационных процессов. М., 1993.

[115] Все не так просто. Проф. *А.Г.Драгалин* в докладе, сделанном несколько лет тому назад в Москве, сообщил о полученных им конечных моделях элементарной геометрии, которые позволяют доказывать геометрические теоремы методом прямых физических измерений специальным образом построенных сеток. Тем самым как бы возрождается принцип «смотри, гляди» древних египтян, не умевших доказывать. Но именно «как бы», так как в действительности такие построения требуют столь сложных и совершенно ненаглядных абстрактных рассуждений, что легче доказать теорему обычным способом, прибегая при этом к неадекватным (в отличие от драгалинских сеток) изображениям геометрических фигур. А там, где доказательства наглядны и просты, дальше забавных примеров дело не идет (см.: *Зенкин А.А.* Когнитивная компьютерная графика // Материалы XI международной конференции «Логика, методология, философия науки» в 10 т. Т. 2. Москва-Обнинск, 1995. С. 129-136). Поэтому о восстановлении в своих правах наглядной математики не может быть и речи. Тем самым в любом случае наше утверждение остается в силе: конкретно-образное мышление математически неадекватно; для того, чтобы видеть в математике, надо уметь абстрактно рассуждать (без такого умения ни в сетках, ни в когнитивной компьютерной графике мы не увидим ничего).

[116] Напротив, нередко превозносится: «И ныне наглядное понимание играет первенствующую роль в геометрии» (*Гильберт Д., Кон-Фоссен С.* Наглядная геометрия. М., 1981. С. 6.); автор курса *алгебраической* топологии (весьма абстрактной по сути дисциплины) с гордостью сообщает о том, что книга «обильно иллюстрирована» (*Косневски Ч.* Начальный курс алгебраической топологии. М., 1983. С. 6.) и т.д.

Научное издание

АНИСОВ Александр Михайлович

Темпоральный универсум и его познание

Утверждено к печати Ученым советом
Института философии РАН

В авторской редакции
Художник: *В.К.Кузнецов*
Технический редактор: *Н.Б.Ларионова*
Корректоры: *Т.В.Прохорова, Т.М.Романова*

Лицензия ЛР № 020831 от 12.10.98 г.

Подписано в печать с оригинал-макета 14.11.2000.
Формат 60x84 1/16. Печать офсетная. Гарнитура Таймс.
Усл. печ. л. 13,00. Уч.-изд. л. 11,50. Тираж 500 экз. Заказ № 028.

Оригинал-макет изготовлен в Институте философии РАН
Компьютерный набор: *Т.В.Прохорова*
Компьютерная верстка: *Ю.А.Аношина*

Отпечатано в ЦОП Института философии РАН
119842, Москва, Волхонка, 14