

Б.И. Федоров

ВВЕДЕНИЕ ЕДИНИЧНЫХ ТЕРМИНОВ В СИЛЛОГИСТИКУ БОЛЬЦАНО

Abstract. *In the paper the author describes his method of comparative historical analysis of the deductive conception of B. Bolzano (1781-1848). This work analyses the syllogistics with negative and singular terms. According to secularities of Bolzano the natural deduction system BSI is built and all Aristotle's syllogistics rules and modus and additional rules for syllogistics formulas of singular terms are proved.*

В §§ 239-243 раздела «Учение о выводе» своего фундаментального четырехтомного труда «Наукоучение» – *Wissenschaftslehre. Versuch einer ausführlichen und grösstenteil neuen Darstellung der Logik mit steter Rücksicht auf deren bisherige Bearbeiter.* Sulzbach, 1837. In 4 Bände (см.: 1) Больцано рассматривает выводы из предложений с единичными терминами. Для подобных высказываний он использует выражения: «представление А является единичным представлением», «представление [нечто] ($a + e + \dots$) – единичное представление», «представление о единичном представлении А имеет предметность» (не пусто, – БФ.), «представление [нечто] ($a + e + \dots$) имеет предметность» и т. п. Больцано использует их в качестве посылок 23-х правил вывода в сочетании с различными другими «стандартными формами предложений», отводя им номер IV в своей иерархии 13-ти главных «стандартных форм предложений». Уже ранее нами рассматривались и анализировались выводы с использованием различных «стандартных форм предложений» в логической теории Больцано (см.: 2,3,4,5). Теперь же мы обращаемся к специальному анализу силлогистических выводов у Больцано и попытаемся обосновать возможность использования в них выражений (форм высказываний) с единичными терминами. Для этого необходимо прежде познакомиться с особенностями самой силлогистики Больцано.

Первая особенность силлогистики Больцано (см.:1, стр.221-247) касается смысла её экзистенциальной предпосылки. Экзистенциальной предпосылкой этой силлогистики выступает форма «Если SaP, то SiP», в которой на месте S могут появляться как непустые, так и пустые термины. Поэтому, в частности, в силлоги-

стике Больцано оказываются «правильными» всего лишь 22 из 24 модусов аристотелевской силлогистики, т.к. в число «неправильных» попадают два модуса четвертой фигуры: *Camenes* и *Cameno*. В силлогистике же Аристотеля, как показал Я. Лукасевич, пустые термины полностью исключены из употребления и экзистенциальной предпосылкой выступает выражение: «SiS».

Если в силлогистике Больцано на место S подставить пустой термин, то любое силлогистическое выражение (SaP, SiP, SeP, SoP) превращается в ложное высказывание. Иначе говоря, истинное суждение в этой логической теории не должно включать в свой состав пустых терминов («беспредметных», по выражению самого Больцано).

Вторая особенность силлогистики Больцано заключается в использовании *отрицательных терминов*. Выражения вида SeP и SoP трактуются в ней соответственно: «Все S суть не-P» и «Некоторые S суть не-P».

Отмеченные особенности обуславливают следующие характеристики силлогистики Больцано. В ней *выполняются полностью*:

- законы *подчинения* по «логическому квадрату»;

$$\begin{array}{cccc} \frac{SaP}{SiP} & \frac{SeP}{SoP} & \frac{\neg(SiP)}{\neg(SaP)} & \frac{\neg(SoP)}{\neg(SeP)} \end{array}$$

где \neg – знак внешнего отрицания, читается: «Неверно, что...»;

- законы *противоположности* по «логическому квадрату»;

$$\frac{SaP}{\neg(SeP)} \quad \frac{SeP}{\neg(SaP)} \quad \frac{\neg(SiP)}{SoP} \quad \frac{\neg(SoP)}{SiP}$$

- законы *превращения* всех силлогистических выражений (поскольку SaP эквивалентно Se не-P, SeP эквивалентно Sa не-P, SiP эквивалентно So не-P, SoP эквивалентно Si не-P и двойное отрицание термина или высказывания рассматривается как его утверждение).

В то же время в силлогистике Больцано имеются следующие характерные для нее ограничения:

- законы *обращения* выполнимы полностью лишь для утвердительных силлогистических выражений типа SaP и SiP, которые не являются одновременно определениями;

$$\frac{SaP}{PiS} \quad \frac{SiP}{PiS}$$

– для *обращения отрицательных* силлогистических суждений типа SeP и SoP необходимо выполнение дополнительного условия о не пустоте субъекта суждения (лишь при «введении в действие» этого допущения в качестве дополнительной посылки в силлогистике Больцано осуществимо обращение общеотрицательного суждения и оказывается возможным вывод по модусам *Camenes* и *Cameno*).

$$\frac{SeP, S \neq \emptyset}{PiS} \quad \frac{SoP, S \neq \emptyset}{PoS}$$

– законы *тождества* для SaP и SiP также требуют выполнения дополнительного условия о не пустоте субъекта суждения;
– законы *противоречия* по «логическому квадрату» выполняются здесь от утверждения частных суждений SiP, SoP к отрицанию общих SeP, SaP, далее от утверждения общих суждений SeP, SaP «по диагоналям» квадрата можно переходить к отрицанию частных SiP, SoP; а поскольку, согласно экзистенциальной предпосылке, из истинных общих суждений мы всегда получаем сведения о не пустоте их субъекта, то возможен и обратный переход: от отрицания частных SiP, SoP к утверждению общих суждений SeP, SaP;

$$\frac{SiP}{\neg(SaP)} \quad \frac{SoP}{\neg(SiP)} \quad \frac{SeP}{\neg(SoP)} \quad \frac{SaP}{\neg(SeP)} \quad \frac{\neg(SiP)}{SeP} \quad \frac{\neg(SoP)}{SaP}$$

– для перехода «по диагоналям» квадрата от отрицания общих суждений SeP, SaP к утверждению частных SiP, SoP необходимо дополнительное условие о не пустоте субъекта общих суждений.

$$\frac{\neg(SeP), S \neq \emptyset}{SiP} \quad \frac{\neg(SaP), S \neq \emptyset}{SoP}$$

Отмеченные ограничения позволяют сделать вывод о том, что в силлогистике Больцано без дополнительного условия о не пустоте субъекта суждений не выполняется и *закон исключенного третьего*.

Не выполняется в силлогистике Больцано и закон контрапозиции для общих суждений без дополнительного условия о не пустоте дополнения к предикату суждения.

Третья особенность силлогистики Больцано связана с необходимостью использования в ней правил для отрицания:

- правило двойного отрицания
- правило «сведения к абсурду»

$$\frac{\neg\neg A}{A} \qquad \begin{array}{c} A \\ : \\ B \\ : \\ \neg B \\ \neg A \end{array}$$

где А, В – силлогистические выражения или их отрицания.

Четвертую особенность силлогистических выводов у Больцано мы связываем с возможностью использования в них силлогистических выражений, в состав которых входят *единичные термины*.

Хорошо известно, что Аристотель не вводил в свою дедуктивную систему единичных терминов, поскольку, как отмечал Я.Лукаевич, «для его силлогистики существенно то, что один и тот же термин без какого-либо ограничения может быть использован и как субъект и как предикат» (7, стр. 41). Единичный же термин, согласно Аристотелю, не может быть предикатом истинного высказывания. То, что у Аристотеля не нашлось места единичным терминам, Лукаевич называет «самым большим дефектом аристотелевской силлогистики» (7, стр. 39).

Можно с уверенностью утверждать, что специфика умозаключений с единичными терминами не нашла своего выражения и в традиционной силлогистике в целом. Если иногда и употребляли единичные термины в качестве субъекта высказывания, то последнее по существу отождествлялось с общим высказыванием. При этом ссылались на то, что в единичных и в общих высказываниях термин субъекта относится ко всему классу объектов, о которых идет речь в самом высказывании, т.е. субъект всегда распределен. Подобное отождествление очевидным образом основано на смешении единичного класса и индивида.

Предлагаемая ниже формальная система позволяет, опираясь на дедуктивную теорию Больцано, учесть в ней специфику логических выводов с использованием единичных терминов в составе силлогистических выражений.

Система *BSI*.*Алфавит:*

$G, G_1, G_2,$	- общие силлогистические термины;
$g, g_1, g_2,$	- единичные термины;
a, o, i, e	- логические константы;
\sim	- знак внутреннего отрицания (термина);
\neg	- знак внешнего отрицания (высказывания);
\in	- отношение принадлежности элемента классу;
\notin	- отношение непринадлежности элемента классу;
\emptyset	- символ пустого класса;
U	- символ универсального класса;
\neq	- отношение неравенства;
$=$	- отношение равенства
$(,)$	- технические знаки.

Определение силлогистической формулы

1. Если M^1 , S и P общие силлогистические термины, то выражения: (SaP) , (SoP) , (SeP) , (SiP) , $(S \neq \emptyset)$, $(P \neq U)$ – силлогистические формулы.

2. Если x - единичный термин, то выражения: $(x \in P)$, $(x \notin P)$ - силлогистические формулы.

3. Если A – силлогистическая формула, то $\neg A$ – силлогистическая формула.

Основные правила вывода

В число основных правил вывода системы *BSI* мы включили те правила, которые были выявлены нами ранее при логической реконструкции основных идей логической теории Больцано (см.: 3; 5), а также правила его силлогистики. Теперь мы расширяем силлогистику Больцано за счет добавления к числу ее основных правил трех правил, в которых силлогистические формулы содержат единичные термины. Двойная черта в правилах позволяет переход от силлогистических формул, записанных над чертой, к силлогистическим формулам, записанным под чертой, и наоборот.

¹ Может использоваться отдельно вместо S или вместо P .

П1.	$\frac{(x \notin P)}{\neg(x \in P)}$	П2.	$\frac{(MaP), (x \in M)}{(x \in P)}$
П3.	$\frac{(x \in P), (x \in S)}{(SiP)}$	П4.	$\frac{(MaP), (SaM)}{(SaP)}$
П5.	$\frac{(MaP), (SiM)}{(SiP)}$	П6.	$\frac{(SaP)}{(SiP)}$
П7.	$\frac{(SiP)}{(PiS)}$	П8.	$\frac{\neg(SiP)}{(SeP)}$
П9.	$\frac{\neg(SaP), (S \neq \emptyset)}{(SoP)}$	П10.	$\frac{(SoP)}{\neg(SaP)}$
П11.	$\frac{\neg\neg A}{A}$	П12.	$\begin{array}{c} A_i \\ \vdots \\ B \\ \vdots \\ \neg B \\ \neg A_i \end{array}$

Определение вывода из допущений в BS1

Пусть $A_1 \dots A_n$ не содержащий повторений список силлогистических формул. Тогда последовательность силлогистических формул $B_1 \dots B_m$ называется *выводом из допущений* $A_1 \dots A_n$, если каждая силлогистическая формула B_i ($i \leq m$) либо принадлежит списку $A_1 \dots A_n$, либо получена из предшествующих силлогистических формул по одному из основных правил *BS1* и в правиле П12 выражение A_i есть одна из силлогистических формул $A_1 \dots A_n$.

Определение зависимости силлогистической формулы

Будем считать, что в выводе $B_1 \dots B_m$ из допущений $A_1 \dots A_n$ силлогистическая формула B_j ($j \leq m$) *зависит от допущения* A_i ($1 \leq n$), если B_j есть A_i или если B_i ($i < j$) зависит от A_i и B_j получена из B_i (или из B_i и некоторой B_{i1} в любом порядке) по одному из правил П1–П11.

Определение ограниченного вывода из допущений

Последовательность силлогистических формул $V_1 \dots V_m$ называется *ограниченным выводом из допущений* $A_1 \dots A_n$, если она есть вывод из допущений, в котором правило П12 применяется к силлогистическим формулам $A_i (i \leq n)$, V и $\neg V$ лишь при условии, что V или $\neg V$ зависит от A_i .

Иными словами, правило П12, выражающее метод «приведения к абсурду», применяется следующим образом: если в ходе построения вывода из допущений $A_1 \dots A_n$ в уже построенной его части, содержащей допущение A_i , имеются силлогистические формулы V и $\neg V$, из которых по крайней мере одна зависит от A_i , то построенную часть вывода можно продолжить, присоединив к ней в качестве следующей строки силлогистическую формулу $\neg A_i$.

Определение заключения из посылок

Силлогистическая формула V называется *заключением* (следствием) *из посылок* $A_1 \dots A_k$, если можно построить такой ограниченный вывод из допущений $A_1 \dots A_n$ ($k \leq n$), что в списке силлогистических формул $A_1 \dots A_n$ наряду с $A_1 \dots A_k$ содержатся все силлогистические формулы, отрицания которых включены в вывод как результат применения правила П12 и V есть последняя силлогистическая формула этого ограниченного вывода.

Определение производного правила

Тот факт, что формула V есть заключение из посылок $A_1 \dots A_k$, выразим в виде схемы:

$$\frac{A_1 \dots A_k}{V}$$

которая есть производное правило в системе *BSI*.

Строя выводы из допущений в дедуктивной системе *BSI* мы можем получить в качестве производных правил *BSI* все известные правила и модусы аристотелевской силлогистики.

Рассмотрим несколько примеров.

Пр.1.

$$\frac{(SeP)}{\neg(SaP)}$$

Вывод:

1. (SeP) – допущение (посылка);
2. (SaP) – допущение (посылка);
3. $\neg(SiP)$ – из: 1. по П8;
4. (SiP) – из: 2 по П6;
5. $\neg(SaP)$ – из: 2, 3, 4 по П12.

В построенном выводе силлогистическая формула $\neg(SaP)$ зависит от (посылки) допущения (SeP) и не зависит от (посылки) допущения (SaP), поскольку отрицание последнего входит в вывод как результат применения основного правила П12.

Пр.2.

$$\frac{(MeP), (SaM)}{(SeP)}$$

Вывод:

1. (MeP) – доп. (пос.);
2. (SaM) – доп. (пос.);
3. (SiP) – доп.;
4. (PiS) – из: 3 по П7;
5. (PiM) – из: 2, 4 по П5;
6. (MiP) – из: 5 по П7;
7. $\neg(MiP)$ – из: 1 по П8;
8. $\neg(SiP)$ – из: 3, 6, 7 по П12;
9. (SeP) – из 8 по П8.

Обратимся теперь к выводам с силлогистическими формулами, содержащими единичные термины. Двухпосылочные правила с единичными терминами будем относить к соответствующим фигурам силлогизма в зависимости от того, какое место занимает единичный термин в обеих посылках – место «большого», «меньшего» или «среднего» термина. В правилах вывода, построенных по схеме *первой фигуры*, ни больший, ни средний термины не могут быть единичными, поскольку каждый из них, по крайней мере, в одном из трех силлогистических выражений выступает в качестве предиката. Поэтому он может быть включен в подобные правила лишь в качестве *меньшего* термина.

Пр.3.

$$\frac{(MeP), (x \in M)}{(x \notin P)}$$

Вывод:

1. (MeP) – доп. (пос.);
2. (x ∈ M) – доп. (пос.);
3. (x ∈ P) доп.;
4. (MiP) – из: 3, 2 по П3;
5. $\neg(MiP)$ – из: 1 по П8;
6. $\neg(x \in P)$ – из: 3, 4, 5 по П12;
7. (x ∉ P) – из: 6 по П1.

В выводе Пр.3 заключение $(x \notin P)$ не зависит от допущения $(x \in P)$ как посылки, поскольку ее отрицание $\neg(x \in P)$ включено в вывод как результат применения основного правила П12.

Основное правило П2 совместно с производным правилом Пр3 представляют собой по существу формальное выражение аксиомы силлогизма: *dictum de omni et nullo*.

В правилах вывода по схеме *второй фигуры* ни больший, ни средний термины не могут быть единичными, поскольку каждый из них, по крайней мере, в одном из трех силлогистических выражений выступает в качестве предиката. Поэтому он может быть включен в подобные правила лишь в качестве *меньшего* термина, как и для правил по схеме первой фигуры.

Пр.4.

$$\frac{(PeM), (x \in M)}{(x \notin P)}$$

Вывод:

1. (PeM) – доп. (пос.);
2. $(x \in M)$ – доп. (пос.);
3. $(x \in P)$ доп.;
4. $(x \notin M)$ – из: 1, 3 по Пр3.;
5. $\neg(x \in M)$ – из: 4 по П1;
6. $\neg(x \in P)$ – из: 2, 3, 5 по П12;
7. $(x \notin P)$ – из: 6 по П1.

Пр.5.

$$\frac{(PaM), (x \notin M)}{(x \notin P)}$$

Вывод:

1. (PaM) – доп. (пос.);
2. $(x \notin M)$ – доп. (пос.);
3. $(x \in P)$ – доп.;
4. $(x \in M)$ – из: 1, 3 по П2;
5. $\neg(x \in M)$ – из: 2 по П1;
6. $\neg(x \in P)$ – из: 3, 4, 5 по П12;
7. $(x \notin P)$ – из: 6 по П1.

В правилах по схеме *третьей фигуры* ни больший, ни меньший термины не могут быть единичными, поскольку каждый из них, по крайней мере, в одном из трех силлогистических выражений выступает в качестве предиката. Здесь единичный термин может использоваться лишь как *средний* термин. Схеме третьей фигуры соответствует основное правило П3 и производное правило Пр.6.

Пр.6.

$$\frac{(x \notin P), (x \in S)}{(SoP)}$$

Вывод:

1. $(x \notin P)$ - доп. (пос.);
2. $(x \in S)$ - доп. (пос.);
3. (SaP) – доп.;
4. $(S \neq \emptyset)$ – доп.;
5. $(x \in P)$ – из: 2, 3 по П2;
6. $\neg(x \in P)$ – из: 1 по П1;
7. $\neg(SaP)$ – из: 3, 5, 6 по П12;
8. (SoP) – из: 4,6 по П9.

В правилах вывода по схеме *четвертой фигуры* единичных терминов не может быть вовсе, поскольку каждый из трех терминов этой фигуры, по крайней мере, в одном из трех силлогистических выражений выступает в качестве предиката.

Таким образом, использование единичных терминов в силлогистике Больцано оказывается возможным только на уровне первых трех классических фигур силлогизма и первых трех основных правил вывода самой системы *BSI*.

Литература:

1. Бернард Больцано Учение о науке. Изд-во: «Наука», СПб., 2003. – 518 с.
2. Федоров Б.И. Единичные классы в дедуктивной теории Б.Больцано //Вестник СПбГУ, серия 6, вып.4. – СПб., 1992. – С. 36-37.
3. Федоров Б.И. Логика Бернарда Больцано. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1980. – 160 с
4. Fiodorov B.I. Representation of Bolzanos content inferences with singular terms in the language of predicate logic //Смирновские чтения. Вып. 3. – М., 2001. – С. 83-85.
5. Федоров Б.И.Образец исторически логической реконструкции // Логические исследования, вып.10. – М.: «Наука», 2003. – С. 175-198.
6. Федоров Б.И.Особенности силлогистики Б.Больцано // Современная логика: проблемы истории, теории и применения в науке. Вып.8. – СПб., 2004. – С. 332-334.
7. Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. – М., 1959.